

Impedire alle onde di fare rumore

Daniel Bouche

*Come sfuggire all'intercettazione di un radar?
Qual'è la forma ottimale di un muro anti-rumore?
Si possono migliorare le immagini ecografiche?*

Per ricevere una risposta soddisfacente, queste domande necessitano di analisi tecniche molto approfondite.

Che cos'è un'onda? Solo una persona molto furba sarebbe in grado di dare una risposta a questa domanda che sia nello stesso tempo precisa e unica! Comunque le onde sono onnipresenti e costituiscono il quotidiano lavoro di un gran numero di scienziati e di ingegneri. In termini un po' vaghi ed intuitivi, si può dire che un'onda è la propagazione di un segnale, di una perturbazione, in un certo mezzo e ad una certa velocità.

Gli esempi non mancano. Un esempio sono i cerchi concentrici che si creano sulla superficie dell'acqua gettando in essa un piccolo sasso; essi rappresentano una perturbazione dell'altezza che si propaga. La distanza tra due cerchi successivi è detta *lunghezza d'onda* ed è una grandezza fondamentale nella descrizione dei fenomeni ondulatori. Oppure vi sono le onde sonore: esse mettono in gioco le variazioni della pressione e della densità del mezzo ambiente (di solito l'aria), queste variazioni si riproducono in particolari frequenze (quelle udibili). Le

onde acustiche sono della stessa natura e comprendono sia le onde sonore che quelle emesse a frequenze che l'orecchio umano non può percepire. Quando si propagano all'interno di un solido, si parla piuttosto di onde elastiche, di cui fanno parte le onde sismiche che attraversano il nostro pianeta e vengono rilevate dai sismografi.

Il caso delle onde elettromagnetiche è particolarmente importante. Esse sono delle variazioni di campi elettrici e magnetici che si propagano nel vuoto alla velocità della luce. La luce visibile, gli infrarossi, gli ultravioletti, i raggi X, i raggi gamma, le micro-onde, le onde radio, le onde radar, sono tutti casi particolari di onde elettromagnetiche. Ciò che distingue l'una dall'altra è la loro frequenza o la loro lunghezza d'onda (qualche frazione di micrometri per la luce visibile ed ancora meno per i raggi ultravioletti, raggi X e raggi gamma, da qualche centimetro fino a centinaia di metri per le onde radar e radio). Lo studio del comportamento delle



Il “piccolo duca” è un drone (piccolo aereo telecomandato) sviluppato dalla Dassault Aviation. È un apparecchio “furtivo”: la sua forma ed il materiale usato sono scelti in modo da essere invisibili alle onde radar. Tale scelta è fatta in seguito a calcoli complessi che si basano sulla propagazione delle onde; in alcuni casi la precisione dei calcoli lascia a desiderare e resta l’oggetto di nuove ricerche (Negativo di Dassault Aviation).

onde non serve solo a comprendere la natura di ciò che ci circonda, ma anche a controllare un’enorme quantità di tecniche scientifiche che permette, a fortiori, di concepire invenzioni molto raffinate. Il comportamento delle onde luminose è essenziale per tutti i tipi di strumenti ottici, sia che si tratti di apparati per la fotografia, che di microscopi, apparecchi di telemetria, etc... Si può pensare alle onde radar ed alle loro applicazioni militari, alla concezione, per esempio, di mezzi militari furtivi, che sfuggono cioè alla intercettazione dei radar. Per quanto riguarda le onde acustiche, si possono trovare esempi di sale da concerto o teatri concepiti in modo da avere una acustica ottimale o si possono ricordare i materiali e strutture che assorbono i rumori, i dispositivi anti-

rumore attivi (vale a dire che emettono onde sonore opposte a quelle del rumore in modo da neutralizzarlo), degli apparecchi per l’ecografia o per la distruzione dei calcoli renali, degli apparecchi per il controllo non distruttivi (ricerca dei difetti nelle parti di un aereo ad esempio), etc...

Equazioni conosciute ma difficili da risolvere con precisione

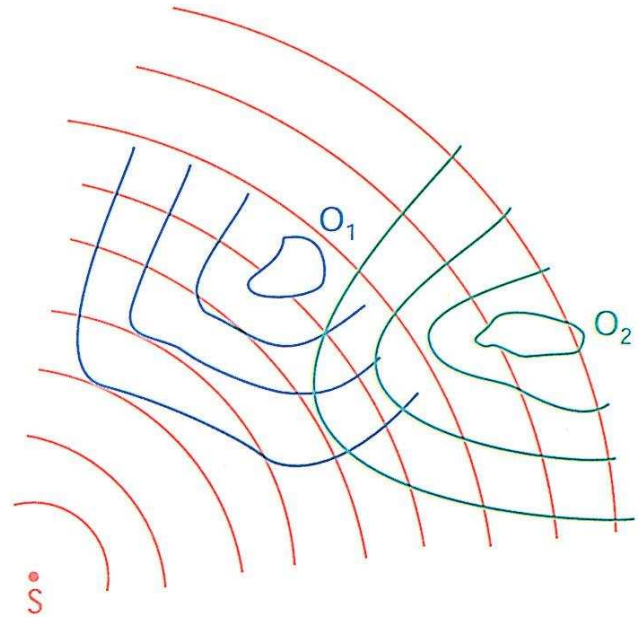
Le equazioni che descrivono i diversi tipi di onde sono ben conosciute da tanto tempo. Anzi, quelle relative alle onde elettromagnetiche sono state formulate dal fisico scozzese James Clark Maxwell da più di un secolo, intorno al 1870. Ma non è sufficiente conoscere le equazioni alle quali obbedisce, per esempio, un’onda radar per sapere come essa si propagerà, come interagirà con l’ostacolo – costituito da un aereo o qualche altro oggetto che si cerca di individuare e localizzare – come si rifletterà verso l’antenna che l’ha emessa. È necessario in effetti poter risolvere queste equazioni la cui incognita è il campo ondulatorio, vale a dire le ampiezze dell’onda in ogni punto dello spazio ed in ogni istante. Questo problema non è affatto facile. Si tratta di equazioni alle derivate parziali dove intervengono la funzione che determina l’ampiezza incognita dell’onda al variare del tempo e del punto considerato e le sue derivate parziali rispetto a tempo e spazio. Tali equazioni vanno risolte con opportune “condizioni al bordo”. Queste condizioni specificano matematicamente alcuni dati essenziali come i valori del campo ondu-

latorio nell'istante iniziale, la forma dell'ostacolo ed il modo in cui l'onda si comporta sulla sua superficie (riflessione, assorbimento, ecc...), la maniera in cui l'ampiezza d'onda decresce a grande distanza dalla superficie dell'ostacolo.

La soluzione di questo tipo di problemi, dove l'onda è rifratta (o deviata e modificata) dagli oggetti, è complessa: essa necessita di strumenti matematici, alcuni semplici e conosciuti da molto tempo, altri molto più elaborati ed ancora in fase di sviluppo. Più in generale, del resto, le equazioni alle derivate parziali rappresentano un ramo importantissimo della matematica, che è oggetto di ricerca da più di duecento anni. Una volta stabilite le equazioni e le loro condizioni al contorno, uno dei primi compiti della matematica consiste nel formulare il problema in termini rigorosi e dimostrare che le equazioni hanno soluzione e, in questo caso, la soluzione sia unica (altrimenti il problema è mal posto o la modellizzazione è incompleta). Un tale studio può essere arduo e non si sa sempre tracciarlo bene, ma permette di assicurarci che non ci si lancerà invano in calcoli spesso complicati!

L'analisi matematica permette di formulare rigorosamente il problema e di mettere a punto metodi risolutivi efficienti

Una volta formulato rigorosamente il problema, si tratta di proporre dei metodi efficaci per risolverlo, con sufficiente precisione. La risoluzione analitica, cioè quella mediante la quale si ottiene un risultato



Un problema tipico di propagazione di onde: una sorgente S emette un'onda radar, luminosa, acustica o altro (in rosso in figura) di lunghezza (d'onda) ben definita; l'onda si riflette parzialmente (in blu e verde sulla figura) sui due ostacoli presenti O_1 e O_2 ; quale sarà l'ampiezza dell'onda risultante, punto per punto, ad esempio in un punto S in cui è stato messo un sensore? La soluzione di un problema, così complesso, deve prendere in esame il tipo di onde emesse, la loro lunghezza d'onda, la forma degli ostacoli, il materiale con cui sono formate, ecc.

esatto, espresso in generale da una formula compatta, è quasi sempre fuori portata, salvo i casi eccezionali o quelli banali. Lo scienziato o l'ingegnere devono spesso accontentarsi di una risoluzione numerica – realizzata dal computer a causa della gran mole di calcoli da effettuare – che fornisce il risultato sotto forma di valori numerici che approssimano la soluzione effettiva. Anche in questo caso compaiono notevoli difficoltà. Nei problemi che mettono in gioco la diffrazione delle onde da parte degli oggetti, il mezzo di propagazione è spesso illimitato: l'onda può allontanarsi all'infinito dal punto in cui è

originata. Affinché la soluzione sia unica è necessario imporre una condizione, detta di irraggiamento, che specifica come l'ampiezza dell'onda decresca in funzione del suo allontanamento dalla fonte. Questa condizione non è semplice da imporre numericamente. Una delle soluzioni proposte consiste nel trasformare l'equazione alle derivate parziali di partenza in una *equazione integrale* (equazione nella quale le funzioni incognite compaiono nell'integrando); il vantaggio di tale formulazione è che essa soddisfa automaticamente la condizione di irraggiamento.

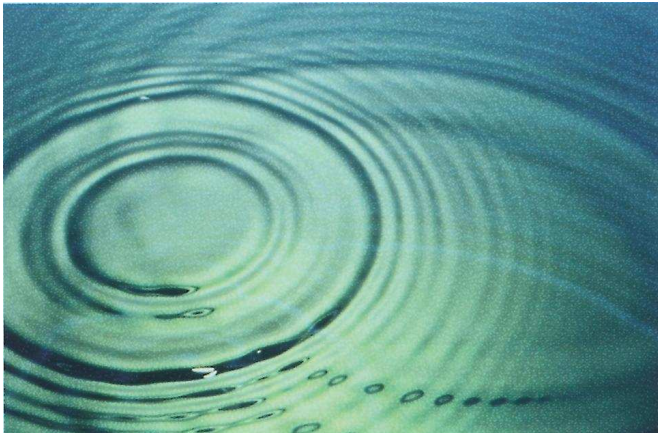
È dagli anni '60 che sono stati scritti i primi programmi informatici per la risoluzione delle equazioni integrali. Essi permettevano di calcolare solo la diffrazione di oggetti piccoli rispetto alla lunghezza d'onda e, per giunta, in modo imperfetto a causa delle carenze di conoscenza dei metodi di analisi matematica. Una migliore comprensione dei problemi e la loro risoluzione, hanno permesso, a partire dalla fine degli anni '80, di calcolare con sempre maggiore precisione la diffrazione di un'onda in oggetti sempre più grandi rispetto alla lunghezza d'onda. Le ricerche odierne si sviluppano in diverse aree: scegliere la formulazione integrale più adatta al problema ed elaborare le tecniche numeriche più adatte per risolvere date equazioni. In particolare i metodi detti *multipolari* hanno permesso di aumentare notevolmente lo spettro dei problemi trattabili. Questi lavori hanno contribuito alla realizzazione di strumenti logici affidabili, capaci di calcolare con precisione il campo ondulatorio diffratto da oggetti di dimensione di una dozzina di volte maggiore

della lunghezza d'onda. Questo è in particolare il caso di un aereo in un campo radar di una certa lunghezza d'onda.

Un metodo, parallelo alla formulazione di equazioni integrali, consiste nel risolvere direttamente l'equazione alle derivate parziali, liberandosi della condizione di irraggiamento, limitando artificialmente il mezzo di propagazione con "condizioni al bordo assorbenti": queste condizioni stabiliscono matematicamente una frontiera immaginaria che assorbe completamente tutte le onde. Tali condizioni sono state a lungo responsabili di fenomeni di riflessioni parassite: esse erano generate nel caso particolare di oggetti totalmente diffrangenti. Ma le tecniche numeriche che utilizzano le condizioni assorbenti al contorno sono anche considerevolmente progredite; esse offrono attualmente un livello di riflessione parassita molto debole, grazie a lavori teorici realizzati per la maggior parte all'inizio degli anni '90.

L'ottica geometrica e le sue generalizzazioni al servizio delle onde corte

Quando la dimensione degli ostacoli su cui si diffrangono le onde è molto grande rispetto alla lunghezza d'onda (una goccia d'acqua illuminata dalla luce visibile, un aereo analizzato da un radar con lunghezza d'onda di qualche metro, etc...), esiste una via un po' più facile della risoluzione diretta delle equazioni differenziali delle onde per comprendere come avviene il fenomeno: la buona vecchia



Alcune onde si propagano sulla superficie dell'acqua: anche per questo semplice fenomeno quotidiano può essere difficile darne una buona descrizione (con una certa precisione). (Foto: Getty Images)

ottica geometrica. Tale applicazione della geometria alla fisica delle onde assimila le onde luminose a raggi che si propagano in linea diretta in un determinato mezzo e sono sottoposte alle semplici leggi della riflessione e della rifrazione, scoperte molti secoli prima delle equazioni che descrivono le onde elettromagnetiche. Uno degli apporti dei fisici, in particolare del tedesco Arnold Sommerfeld (1868-1951), è stato di mostrare come l'ottica geometrica risolva definitivamente il problema della diffrazione nel caso di oggetti che sono infinitamente grandi rispetto alla lunghezza d'onda.

Ovviamente gli oggetti reali non hanno taglia infinita, quindi l'ottica geometrica non può che essere una approssimazione più o meno precisa. Anche questo settore della matematica è stato capito e generalizzato al fine di determinare il campo ondulatorio nei punti dove l'ottica geometrica classica prevedeva solo ombra. Questi lavori, cominciati negli anni '50, proseguono tuttora; essi permettono di costruire stru-

menti, alcuni meno precisi dei metodi di risoluzione numerici delle equazioni alle derivate parziali, ma che sono più semplici e sono operanti nel campo delle lunghezze d'onda corte.

Malgrado tutti questi progressi, numerosi problemi ondulatori non sono ancora stati risolti in modo soddisfacente. Tra questi, per esempio, c'è la diffrazione di onde, di forma complessa, su oggetti di grandi dimensioni rispetto alla lunghezza d'onda (il caso di un aereo, o di un missile, quando si vuol tenere conto della loro forma dettagliata fino alla dimensione dei bulloni e non solo del loro aspetto generale). C'è ancora molto da fare!

*Daniel Bouche
CEA (Commissariato per l'Energia Atomica)
Dipartimento di fisica teorica ed applicata,
Direzione d'Île de-France*

Alcuni riferimenti bibliografici:

- Site Internet du projet de recherche "Ondes" à l'INRIA: <http://www.inria.fr/recherche/equipes/ondes.fr.html>
- G. B. Whitham, *Linear and non-linear waves* (Wiley, 1974).
- D. S. Jones, *Acoustic and electromagnetic waves* (Oxford University-Press, 1986).
- J. A. Kong, *Electromagnetic wave theory* (Wiley, 1990).
- E. Darve, "The fast multipole method: numerical implementation", *Journal of Computational Physics*, 160 (1), pp. 195-240 (2000).
- D. Bouche et F. Molinet, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme* (Springer-Verlag, 1994).