Matematica umanoide o “Picassiana”

Esercizi per le vacanze

Ripassiamo un po’ di goniometria e geometria analitica giocando con le forme dei grafici .

La bocca

Consideriamo l’equazione goniometrica $sen^2x = cosx - 1$ e risolviamola col metodo grafico.

Tracciamo quindi la curva di equazione $y = senx$, che è una sinusoide , nel suo intervallo di periodicità $[0,2\pi]$

figura 1

La funzione $y = sen^2x$ assume sempre valori positivi e il suo periodo è $T = \pi$.

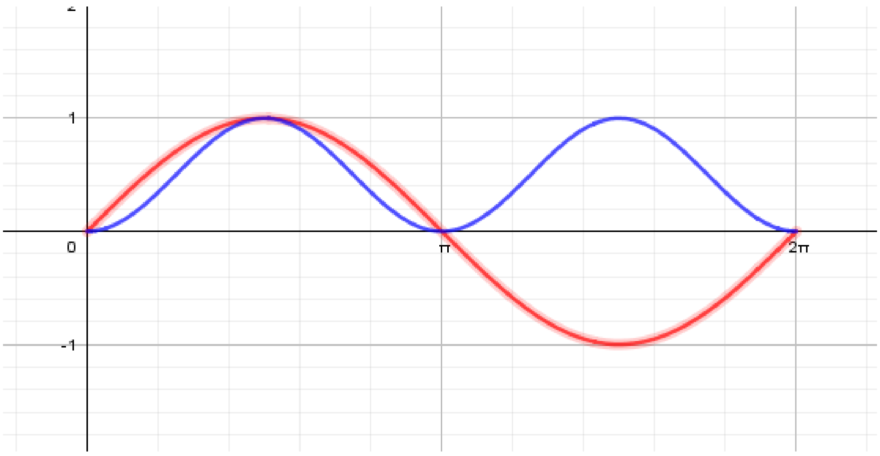


figura2

Ora tracciamo la curva di equazione $y = cosx - 1$, che è una cosinusoide traslata del vettore $\vec{v}$(0,-1)

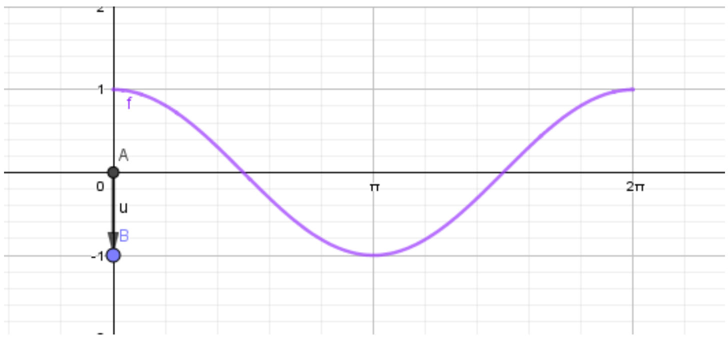


figura3

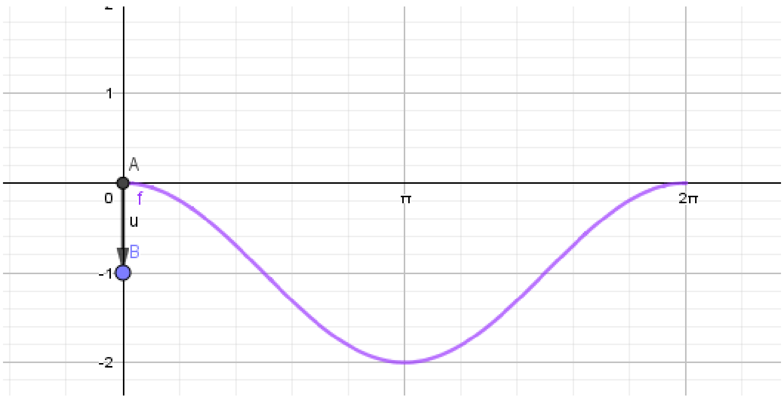
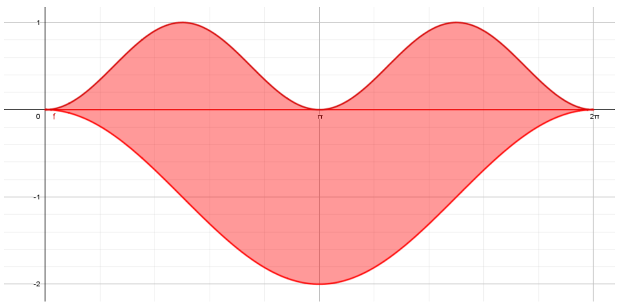


figura4

Sovrapponiamo i grafici delle due curve della figura 2 della figura 4 :



Le soluzioni dell'equazione sono le ascisse dei punti comuni alle due curve : $x = 0\ e\ x = 2\pi$ nell'intervallo

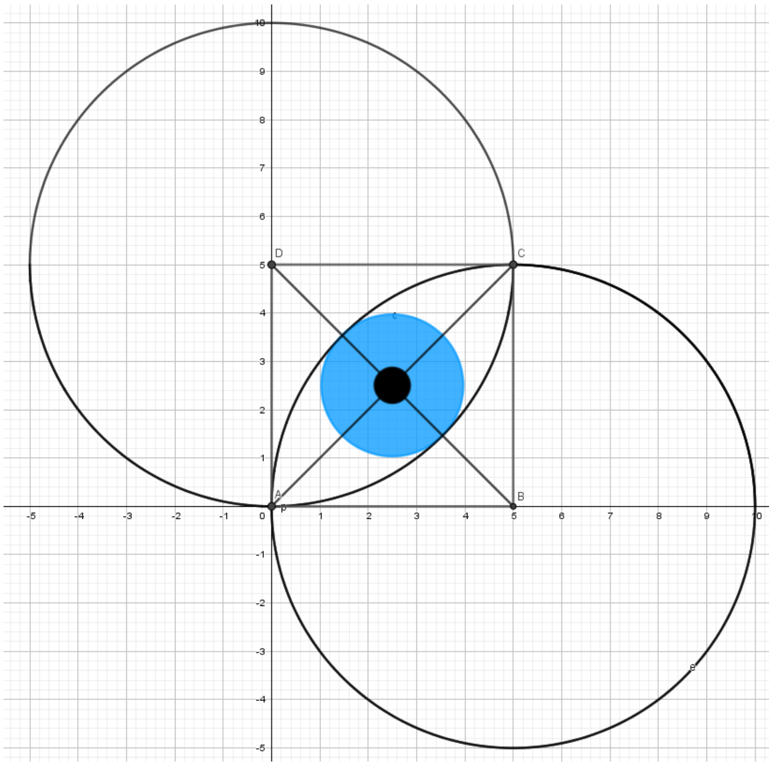
$[0,2\pi]$ e sono : $x = 2k\pi$, con $k \in Z$ in generale .

Le equazioni che hanno la forma : $sen^2ax = cosx - 1 , con\ a > 0$ hanno come unica soluzione x=0 quando $\frac{\pi}{a} > 2\pi$ ovvero se $a < \frac{1}{2}$ e quando , in generale $k\frac{\pi}{a} \neq 2\pi$, cioè $a \neq \frac{k}{2}$, con k =1,2,3...

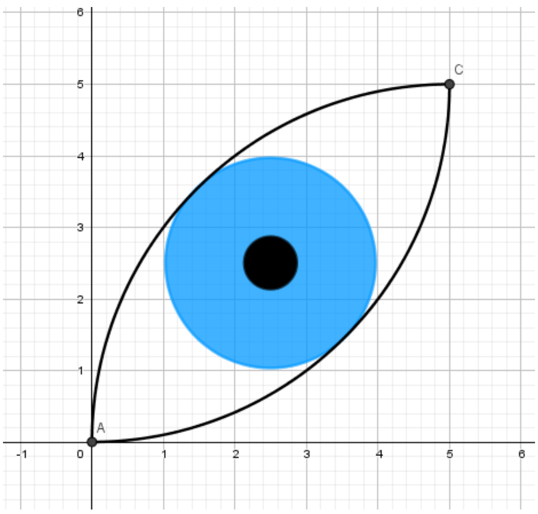
Un secondo tipo di equazioni goniometriche la cui interpretazione grafica è simile ha la seguente espressione: $|senax| = cosax - 1$.

L’occhio

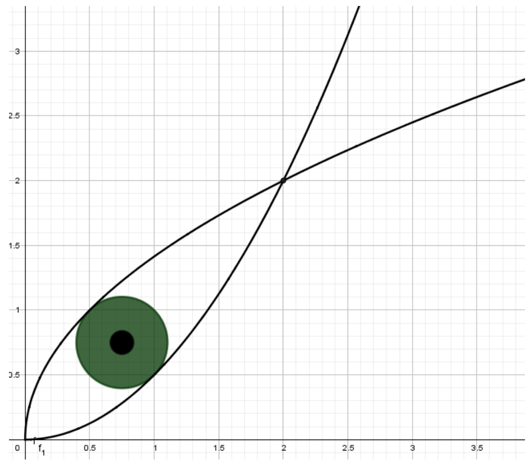
1. Lo possiamo ottenere dal fuso circolare, figura che si ottiene tracciando all’interno di un quadrato due archi di circonferenza aventi i centri in due vertici opposti del quadrato e raggio uguale al lato del quadrato.



All’interno del fuso tracciamo la circonferenza tangente ai due archi di circonferenza che lo delimitano ; essa ha il centro nel centro del quadrato iniziale e raggio r pari alla distanza del centro del quadrato da ciascuno dei due archi di circonferenza che delimitano il fuso. Ottenuta attraverso questa circonferenza l’iride dell’occhio ,per ottenere la pupilla consideriamo la circonferenza concentrica con essa e avente il raggio pari a ¼ r.

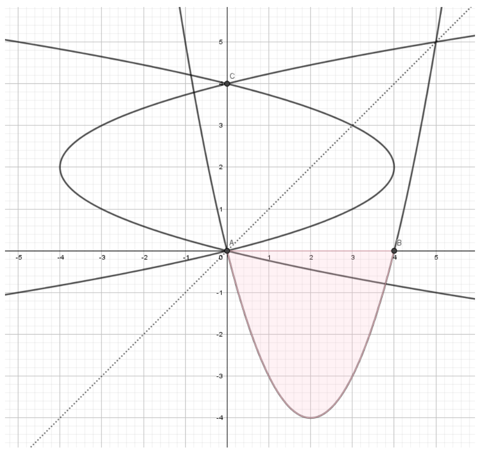


2. Una seconda alternativa è quella di tracciare due archi di parabola aventi il vertice nell'origine degli assi e simmetriche l'una dell'altra rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante. Le due funzioni associate sono l'una inversa dell'altra . All'interno della regione di piano compresa tra queste due parabole individuiamo la circonferenza avente il centro sulla bisettrice $y = x$ (asse di simmetria della figura) e tangente ai due archi di parabola. Ottenuta questa circonferenza che rappresenta l'iride dell'occhio, la pupilla sarà ottenuta attraverso la circonferenza concentrica ad essa e avente raggio pari a ¼ del raggio della circonferenza-iride.



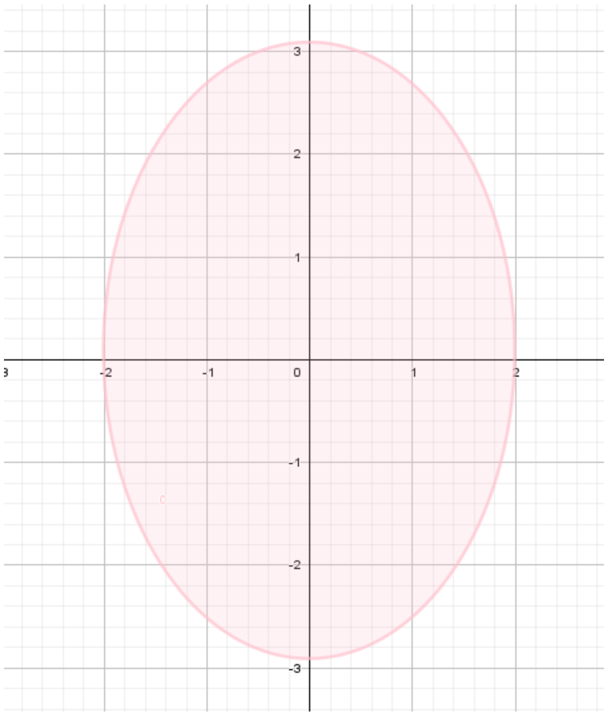
Il naso

Consideriamo l'arco di parabola individuato da una parabola che ha asse di simmetria verticale con l'asse x o con una retta ad esso parallela .Applichiamo a questa parabola una simmetria assiale, con asse di simmetria la bisettrice del primo e terzo quadrante ,per ottenere il profilo destro o sinistro del naso. La lunghezza del naso è funzione dell'ordinata (che diventa ascissa) del vertice della parabola. Calcoliamo l'area del segmento parabolico che rappresenta l'area del naso in sezione.



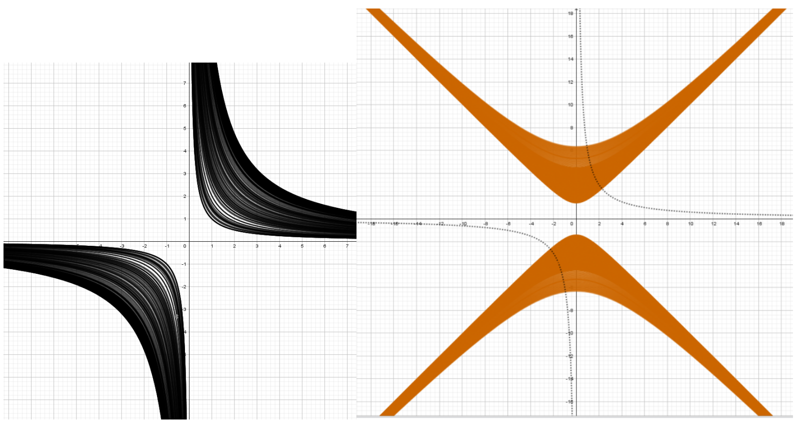
Il viso

Per il viso consideriamo ellissi con i fuochi sull'asse y e facciamo variare l'eccentricità per ottenere ovali più o meno "schiacciate".



I capelli

I capelli sono rami di iperbole equilatere che possono avere come asintoti gli assi cartesiani oppure rette a questi parallele(funzioni omografiche) .Partendo da iperboli equilatere di equazione : $x^2 - y^2 = a^2$, attraverso una rotazione di centro l'origine degli assi e di ampiezza 45° , si ottengono equazioni della forma $xy = k$. Una traslazione di vettore $\vec{v}$ produce una funzione omografica .



Un fiore nei capelli

La famiglia di curve definita col termine " rose" ha equazione generica in forma polare : $r = cos\left(\frac{p}{q}t\right)$ oppure $r = sen\left(\frac{p}{q}t\right)$,con p e q interi . Al variare dei parametri p e q varia il numero dei petali dei fiori .

In particolare se p=3 e q=2 la curva di equazione $r = cos\left(\frac{3}{2}t\right)$ ha come rappresentazione grafica un fiore a sei petali.