LA MATEMATICA nell'opera Galileiana

Angiolo Procissi

Basta una conoscenza anche superficiale dell'opera galileiana per renderci persuasi che essa non può essere descritta o circoscritta nell'ambito di una sola scienza: l'astronomia e la fisica, e più particolarmente la meccanica, hanno tratto dalla dottrina di Galileo principî fondamentali ed impulsi straordinari al loro progresso. Ma più ancora la filosofia naturale e la metodologia riconoscono in Galileo uno di coloro che più hanno contribuito a porle su basi scientifiche, tanto che, a chi ben consideri le vicende e il significato dell'opera galileiana, rispetto al tempo in cui essa si svolse, non sembra esagerato riconoscere in Galileo uno dei principali creatori della scienza moderna.

Eppure chi scorra, anche con grande attenzione, l'elenco degli scritti di lui, non vi trova nessun lavoro che possa esser riguardato come un Trattato di Filosofia Naturale o di Metodologia. Gli è che filosofia naturale e metodologia sono intimamente e magistralmente compenetrate nell'opera galileiana, la quale fonde in un tutto armonico gli elementi numerosi, quasi tutti di grande rilievo, di cui essa si compone. E tutto ciò a prescindere dalla cultura classica che traspare ad ogni passo dagli scritti di Galileo: proprio come quella verde erbolina che spunta, ora timida ora rigogliosa, sulle vecchie strade di campagna toscane, non ancora asfaltate, intorno agli ingressi delle ville o delle chiese, e, senza essere un elemento determinante del paesaggio, lo ingentilisce e gli dona grazia e vigore.

Così, vano sarebbe andare a cercare tra i venti volumi dell'edizione nazionale galileiana un Trattato di Matematica. Con tutto ciò, mentre nessuno oserebbe certo collocare Galileo tra i matematici puri, la matematica è come l'aria che egli respira, o come il sangue che circola in tutta l'opera sua; e come il sangue reca il nutrimento vitale alle membra del corpo, come l'aria offre, opportunamente dosato, l'ossigeno necessario alla respirazione, così la matematica permea di se stessa tutta quanta l'opera di Galileo, ed è da lui usata e piegata a significazione e spiegazione dei suoi concetti. Del resto, Galileo stesso non volle forse, ed ottenne, al suo ritorno in Firenze (1610) dopo i 18 anni di Padova, accanto al titolo di filosofo, quello di *matematico primario* del Serenissimo Granduca di Toscana?

Non si tratta soltanto del fatto – assai ovvio – che è impossibile parlare in senso galileiano, e quindi anche moderno, di meccanica o di astronomia (di posizione) senza usare la matematica. Si tratta di ben più: si tratta di veri e propri concetti matematici, che, con notevole frequenza, si trovano sparsi in quasi tutti gli scritti di Galileo.

È noto che Galileo fu allievo, per le matematiche, di Ostilio Ricci di Fermo, maestro dei paggi del Granduca. Dai pochi manoscritti superstiti del Ricci non ci è consentito di dedurre gran che intorno al suo valore di insegnante (1). Ma libro di testo dell'insegnante ricciano erano gli Elementi di Euclide: ed è veramente alla scuola dell'antico geometra di Alessandria che si è formata la cultura matematica di Galileo. Questo aureo volume degli Elementi, che le più moderne vedute sulla propedeutica matematica hanno fatto mettere a riposo, è stato per secoli il banco di prova di tutti i più nobili ingegni, e, attraverso innumerevoli edizioni, traduzioni e rifacimenti, quasi l'unico trattato di iniziazione agli studi geometrici, fino ad un secolo addietro. Dell'alto concetto che Galileo aveva della geometria sono prova alcune famose affermazioni, come quella contenuta nel Saggiatore (1623) che *contraddire la geometria è un negare scopertamente la verità* (2), o l'altra, sempre del Saggiatore, ed anche più nota, che *l'Universo è scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile ad intenderne umanamente parola* (3), ed infine che *la geometria è la pietra di paragone degli ingegni* (4). Della particolare predilezione di Galileo per Euclide è testimonianza, oltre ad innumerevoli passi delle sue opere, la cosiddetta Giornata Quinta, aggiunta ai Dialoghi delle Nuove Scienze (5). Si tratta di uno scritto dettato negli ultimi mesi di vita da Galileo, ormai cieco, ad Evangelista Torricelli (1608-1647) e pubblicato per la prima volta (1674) da Vincenzo Viviani (1622-1703); più volte ristampato è stato, nelle edizioni del Favaro (rist. 1933) e del Geymonat-Carugo (1958) (6), ricollocato al suo posto, alla fine dei Dialoghi delle Nuove Scienze. Ne ha tracciato

---

(1) Su Ostilio Ricci si può vedere: G. B. CLEMENTE DE' NELLI (1735-1793), *Vita e Commercio Letterario di G. Galilei*, voll. 2, Losanna, 1793, pp. 35, 46, 794; GIUSEPPE FRACASSETTI, *Elogio di O. Ricci di Fermo, detto nella Accademia Tiberina, nel marzo 1830*, Fermo, s. d. Questo lavoro è recensito in « Giornale Arcadico », 47 (1830), 373-374; FEDERICO VINCI, *Ostilio Ricci di Fermo, maestro di Galileo*, Firenze, Prosperi, 1929.

Dei manoscritti del Ricci possiamo indicare:

— il II . ——— . 57 [già Nelli, 61 (89)] della Biblioteca Nazionale di Firenze, contenente *L'uso dell'Archimetro*, pubblicato dal Vinci nel lavoro citato.

— Poesie e lettere, contenute nel ms. VII, 380 della Naz. di Firenze, e nel P. III, 37, c. 98 della Comunale di Siena.

(2) *G. Galilei*, ed. naz. (rist. 1929-1939), VI, 214 e VII, 128-129. Tutte le citazioni che seguono, di passi galileiani sono fatte su questa edizione delle *Opere*.

(3) *Opere*, VI, 232.

(4) *Opere*, XIX, 629.

(5) *Opere*, VIII, 347-362.

(6) Cioè nell'ed. naz. e in G. GALILEI, *Discorsi e Dimostrazioni Mat. intorno a Due Nuove Scienze*, a cura di A. CARUSO e di L. GEYMONAT, Torino, Boringhieri, 1958, pp. 435-453.

una buona sintesi Federigo Enriques (1871-1946) nella sua edizione dell'Euclide (1).

In sostanza si tratta di questo. Euclide definisce (V, def. 3): *Ragione (o rapporto) è una relazione tra due grandezze omogenee, rispetto alla loro quantità*; Galileo interpreta questa definizione nel senso dell'ordinario procedimento della misura: *date due grandezze omogenee egli cerca una parte aliquota dell'una che sia contenuta nell'altra, e si appoggia alla considerazione che se vi è un resto, questo può ridursi, in ogni caso, piccolo ad arbitrio.* Questa definizione, completata dall'altra di Euclide (V, 4): *si dice che due grandezze hanno ragione tra loro quando ciascuna può essere moltiplicata in modo che superi l'altra,* serve a Galileo per dimostrare come teorema quella che è la successiva definizione di Euclide (V, 5): *Si dice che la ragione di una prima grandezza ad una seconda è uguale a quella di una terza ad una quarta, quando, presi degli equimultipli qualsiansi della prima e della terza, e degli equimultipli qualsiansi della seconda della quarta, se il multiplo della prima è maggiore del multiplo della seconda, anche il multiplo della terza sia maggiore del multiplo della quarta; se uguale, uguale; se minore, minore.*

L'indirizzo iniziato da Galileo fu poi (1674) proseguito dal Viviani, e più tardi (1688) da Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679). In altro ordine di idee, ma sempre in tema di geometria di Euclide (III, 16) è la lunga lettera di Galileo, da Arcetri (30 ottobre 1635), a Giovanni Camillo Gloriosi (1572-1643) suo successore nello Studio di Padova, lettera relativa all'*angolo di contatto* (cioè all'angolo che una circonferenza fa con una sua tangente) (2).

Nè ad Euclide si arrestano le conoscenze di Galileo, relative ai matematici antichi. Archimede, il massimo tra i matematici dell'antichità, è a lui familiare, non meno del geometra alessandrino. Anche a voler prescindere dagli innumerevoli passi ove Archimede è espressamente citato, o a proposito del centro di gravità delle figure, o dei galleggianti o della Bilancetta, abbiamo nel vol. 1º (3) dell'edizione nazionale galileiana un buon numero di postille al *De sphaera et cylindro* di Archimede; postille che il fedelissimo Viviani aveva trascritto su un esemplare tuttora esistente (Firenze, Bibl. Naz.) delle Opere di Archimede, edite a Basilea nel 1544.

E con Euclide ed Archimede anche Apollonio di Perga, l'autore del più antico testo sulle Sezioni Coniche pervenuto fino a noi, è ricordato più volte negli scritti di Galileo; anzi a questo proposito voglio qui far notare la lettera 28 febbraio 1614 (4), con cui Antonio Santini (1577-1662),

---

(1) *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna, editi da Federigo Enriques, col concorso di diversi collaboratori*, vol. II, Bologna, Zanichelli, 1930, pp. 12-14.
(2) *Opere*, XVI, 331-334.
(3) *Opere*, I, 229-242.
(4) *Opere*, XII, 27-28.

da Roma, comunica a Galileo, in Firenze, la notizia della morte di Giovanni Battista Raimondi (1536-1614), fondatore in Roma della Stamperia Medicea per le lingue orientali. Il Santini avverte Galileo che la Biblioteca del Raimondi diviene proprietà del Granduca di Toscana; in tale Biblioteca « *V. S. deve saper che* (il Raimondi) *teneva in lingua rabica li otto* (risultati poi soltanto sette) *libri di Apollonio...; ma poichè mi immagino sono per venire nella Biblioteca di S. A. S., saria, a mio credere, beneficio universale se per mezzo di V. S. facesse divulgare in qualche altro idioma li quattro ultime libri di Apollonio, che mancano in latino.* Come ognun sa, dell'opera di Apollonio sulle Sezioni Coniche, l'antichità classica ci ha tramandato nel testo greco soltanto i libri 1, 2, 3, 4; ma nella lettera introduttoria all'opera sua, Apollonio parla di essa come formata da 8 libri (1). Il testo greco degli ultimi quattro sembra irrimediabilmente perduto. Una traduzione, o piuttosto parafrasi, araba, dei libri da 1 a 7, è contenuta nel ricordato codice manoscritto, già appartenuto al Raimondi, ed oggi a Firenze, nella Medicea-Laurenziana. Ma Galileo non volle o non potè occuparsi della versione suggerita dal Santini. Essa fu compiuta soltanto molto tempo dopo (2), per gli sforzi congiunti di un orientalista, Abramo Ecchellense (m. nel 1664), e di un allievo di Galileo, il già ricordato G. A. Borelli, il miglior cervello matematico dell'Accademia del Cimento.

Nè dobbiamo dimenticare che Galileo risale dalle velocità acquisite dai gravi cadenti, agli spazi percorsi (nel senso della caduta) e dimostra che questi sono proporzionali ai quadrati dei tempi (3), compiendo così una integrazione *ante litteram.*

I ricordi classici, le applicazioni e gli sviluppi delle teorie geometriche dell'antichità, non sono le sole cose matematiche contenute nell'opera di Galileo. Senza pretendere di darne qui una relazione compiuta, non possiamo tacere delle questioni relative agli indivisibili, e della corrispondenza con Bonaventura Cavalieri (1598-1647).

Il Cavalieri, già scolaro in Pisa del più antico allievo di Galileo, Benedetto Castelli (1577-1644), aspirava ad una cattedra di matematiche nello Studio di Bologna, e l'otteneva effettivamente nel 1629, mercè i buoni uffici di Galileo e l'invio ai Reggitori dello Studio, come saggio della propria attitudine scientifica, di un trattatello astrologico, secondo gli usi della scienza del tempo; e ciò dopo che i Reggitori stessi avevano altra volta negato la stessa cattedra al Cavalieri, il quale, sempre appoggiato

(1) Cfr. Ettore Bortolotti (1866-1947), *Quando, come, e da chi ci vennero ricuperati i sette libri delle Coniche di Apollonio*, Per. Mat. (4) 4 (1924), 118-130.

(2) *Apollonii Pergaei Conicorum Lib. V, VI, VII, paraphraste Abalphato Asphaanensi...*, Florentiae, 1661.

(3) *Opere*, VII, 248; VIII, 197 sgg. Cfr. anche F. Enriques e G. De Santillana, *Compendio e Storia del Pensiero Scientifico*, Bologna, Zanichelli, 1937, pp. 341-342.

da Galileo, aveva allora inviato in saggio il manoscritto dei primi libri della sua *Geometria indivisibilium continuorum nova quadam ratione promota* (più semplicemente, Geometria degli indivisibili). Questa Geometria cavalieriana, preannunciatrice dell'avvento del Calcolo Infinitesimale, il quale nascerà ufficialmente con I. Newton (1643-1727) e con W. G. Leibniz (1646-1716) verso la fine del secolo, apparve in una prima edizione a Bologna nel 1635 (la seconda ed ultima edizione del testo latino è del 1653; una traduzione russa è del 1940). Ma già molti anni prima del 1635, il Cavalieri aveva parlato degli indivisibili nella sua corrispondenza con Galileo.

La questione degli indivisibili in Galileo è stata ampiamente esaminata e discussa (1950) da Gaetano Capone Braga (1889-1956) (1) e più recentemente da A. Carugo e L. Geymonat, nel loro Commento (1958) ai Dialoghi Galileiani delle Nuove Scienze (2). Vediamo qui di riassumere brevemente.

Dalla lettera 7 maggio 1610 di Galileo a Belisario Vinta (1542-1613) (3) si ricava che Galileo aveva in mente di comporre un trattato *de compositione continui* (sulla composizione delle grandezze continue); questo trattato, secondo altri passi degli scritti di Galileo, avrebbe dovuto riferirsi infatti alla composizione della materia e dei corpi, pensati questi come formati da infinite particelle estremamente piccole (indivisibili). Ma questo trattato più volte promesso, Galileo non l'ha mai redatto. In uno scritto polemico contro Antonio Rocco, Galileo così si esprime (4): *essendo certo che il continuo consta di parti sempre divisibili, dico che è verissimo e necessario che la linea sia composta di punti, ed il continuo di indivisibili; e cosa forse più inopinata vi aggiungo, cioè che, essendo il vero uno solo, conviene che il dire che il continuo consta di parti sempre divisibili, col dire che il continuo consta di indivisibili, siano una medesima cosa. Aprite, di grazia, gli occhi a quella luce stata forse celata fin qui, e scorgete chiaramente che il continuo è divisibile in parti sempre divisibili, sol perchè consta di indivisibili: imperò che se la divisione e suddivisione si ha da poter continuar sempre, bisogna necessariamente che la moltitudine delle parti sia tale che già mai non si possa superare; e sono dunque le parti infinite, altrimenti la divisione si finirebbe; e se sono infinite, bisogna che non siano quante, perchè infiniti quanti compongono un quanto infinito, e noi parliamo di quanti terminati: e però altissimi ed ultimi, anzi primi, componenti del continuo sono indivisibili infiniti.* D'altro genere è il problema che informa le ricerche

---

(1) *Galileo e il metodo degli indivisibili*, in «Sophia», a. 1950, pp. 311 sgg.
(2) *Op. cit.* (vedi nota 6 a p. 247).
(3) *Opere*, X, 348-353.
(4) *Opere*, VII, 745-746.

geometriche del Cavalieri; mentre il problema centrale di Galileo è quello della divisibilità dei corpi, e cioè un problema fisico concreto, il Cavalieri, profondamente interessato alle ricerche di matematica pura, e vòlto in particolare alla determinazione di aree e di volumi, giunge a considerare aree (che oggi diremmo a contorno regolare) comprese in una stessa striscia di rette parallele, come formate dalle corde parallele alle rette date, e confronta tra loro le aree, quando trova un rapporto costante tra corde corrispondenti. Procedimento del tutto analogo segue il Cavalieri per i solidi. Tanto nel caso di Galileo, quanto nel caso di Cavalieri, si tratta di ricerche che preannunciano vicino il sorgere del nuovo calcolo infinitesimale; ma si tratta di questioni vedute con due mentalità diverse: quella del fisico (Galileo) e quella del matematico (Cavalieri). Molte altre cose, anche importanti, sarebbero da dire sull'argomento in esame, come ad es. quella della *scodella* (cioè del volume della sfera) (1), o della parabola, come traiettoria di un proiettile (2), od infine della cicloide (3): ma si tratta di questioni troppo particolari e troppo note, che ci porterebbero assai lontano.

Mi piace di terminare questa noticina sulla matematica in Galileo, con una riflessione. Nel più alto dei cieli, quando sono scomparsi dalla mente di Dante, non soltanto gli affetti e le passioni terrene, ma finanche Beatrice e la candida rosa dei beati, e Dante si appresta con ardore sempre crescente alla visione beatifica di Dio, anzi vi è già arrivato, e si sforza di adeguare la sua volontà a quella divina, non trova altro confronto da fare, per significare insieme con l'ardore della ricerca la difficoltà dell'impresa, anzi la sua impossibilità per le sole forze umane, non trova dico altro confronto da fare che quello del geometra che cerca invano di risolvere il problema della misura (esatta, per via elementare) del cerchio (4).

Ora, in un passo famoso del Dialogo dei Massimi Sistemi, Galileo dice: *quanto alla verità di che ci danno cognizione le dimostrazioni matematiche, ella è l'istessa che conosce la sapienza divina; ma vi concederò bene che il modo col quale Iddio conosce le infinite proposizioni, delle quali noi conosciamo alcune poche, è sommamente più eccellente del nostro, il quale procede con discorsi e passaggi di conclusione in conclusione, dove il Suo è di un semplice intuito* (5).

In Dante e in Galileo si tratta di situazioni profondamente diverse, e di concetti diversi. Ma sta di fatto che quando Dante vuol descrivere se stesso faccia a faccia con l'Eterno, e quando Galileo vuol mettere a

(1) *Opere*, VIII, 74.
(2) *Opere*, VIII, 269 sgg.
(3) *Opere*, XVIII, 153-156.
(4) *Par.*, XXXIII, 133-135.
(5) *Opere*, VII, 129.

confronto, in quanto sia possibile, l'intelletto umano con quello divino, l'uno e l'altro ricorrono a confronti e paragoni di carattere matematico o implicanti la matematica. Gli è che da parecchi secoli (1) è stato scritto che l'uomo è stato creato ad immagine e somiglianza di Dio, e ciò che più avvicina l'uomo al suo Creatore è indubbiamente il pensiero, mentre la matematica è certamente, del pensiero, una delle più alte espressioni.

---

(1) *Genesi*, I, 26.

UTILITÀ DELLA GEOMETRIA NELLA RICERCA DELLA VERA FILOSOFIA.

«Qua io m'aspetto un rabbuffo terribile da qualcuno de gli avversarii; e già parmi di sentire intronar negli orecchi che altro è il trattar le cose fisicamente ed altro matematicamente, e che i geometri doveriano restar tra le loro girandole, e non affratellarsi con le materie filosofiche, le cui verità sono diverse dalle verità matematiche; quasi che il vero possa esser più di uno; quasi che la geometria a i nostri tempi progiudichi all'acquisto della vera filosofia, quasi che sia impossibile esser geometra e filosofo, sì che per necessaria conseguenza si inferisca che chi sa geometria non possa saper fisica, nè possa discorrere e trattar delle materie fisiche fisicamente. Conseguenze non meno sciocche di quella di un tal medico fisico, che, spinto da un poco di livore, diceva che il medico Acquapendente, essendo grande anatomista e chirurgo, doveva contentarsi di star tra i suoi ferri ed unguenti, senza volersi ingerire nelle cure fisiche, come se la cognizione di chirurgia destruggesse e fosse contraria alla fisica. Io gli risposi che, avendo più volte ricevuta la sanità dal sommo valore del Sig. Acquapendente, potevo deporre e far sempre fede che Sua Eccellenza mai non mi dette bevanda alcuna composta di diapalme, di caustici, di fila, di pezze, di tente, di rasoi, nè mai, in vece di tastarmi il polso, mi fece un cauterio o mi cacciò un dente di bocca, ma, come eccellentissimo fisico, mi purgò con manna, cassia, rabarbaro, ed usò gli altri rimedi opportuni alle mie indisposizioni. Vegghino gli avversari se io tratto le materie con i medesimi termini che Aristotele, e se egli medesimo, dove è necessario, introduce demostrazioni geometriche; e, di grazia, cessino di esser così aspri nimici della geometria, non senza mia grandissima meraviglia, il quale credevo che non si potesse esser nimico di persona non conosciuta».

GALILEO GALILEI.