Maria Gaetana Agnesi.

Lorenzo Meneghini

In queste note presenteremo sinteticamente la figura di Maria Gaetana Agnesi, la prima donna ad insegnare matematica in un'università italiana (nel 1750) ed analizzeremo le caratteristiche della curva algebrica che l'ha resa famosa, la *versiera*.

UNA BAMBINA PRODIGIO

Maria Gaetana (Milano 1718 – 1799) è la primogenita dei ventuno figli di Pietro Agnesi, matematico appartenente ad una famiglia benestante, arricchitasi con il commercio della seta.

Pietro aveva deciso che, seguendo la tradizione di famiglia, avrebbe garantito un'istruzione adeguata al suo primogenito; la nascita di Maria Gaetana spariglia le carte, poiché in quegli anni non era così comune che le avessero la possibilità di studiare.

Pietro mantiene fede ai suoi propositi e garantisce alla figlia i migliori precettori della città; Maria Gaetana ricambia i suoi sforzi dimostrando doti non comuni nell'apprendimento delle lingue. Si dice, infatti, che a nove anni parlasse correntemente l'italiano[1], il francese, il tedesco, il latino ed il greco, lo spagnolo e l'ebraico e che per questo abbia meritato il soprannome di *oracolo sette lingue*. In quegli anni Milano era entrata a far parte dell'Impero Asburgico ed era diventata a buon diritto una città mitteleuropea. In questo clima culturale, il salotto di casa Agnesi era diventato uno dei più in vista della città ed ospitava incontri tra intellettuali d'Italia e di mezza Europa. Maria Gaetana si appassiona così nello studio della filosofia e della matematica, discipline per le quali mostra una particolare inclinazione che viene compresa ed assecondata dal padre. Diventa poi abitudine di Maria Gaetana esporre pubblicamente i propri progressi, tenendo dei veri e propri seminari di fronte agli intellettuali che si riunivano per ascoltarla. L'Agnesi potrebbe essere definita una *femminista ante litteram*, poi-

[1] Può stupire che in questo elenco compaia anche l'italiano, lingua che veniva parlata correntemente nella famiglia Agnesi; non bisogna dimenticare che a quel tempo a Milano si parlava una lingua – l'*insubre* – oggi praticamente scomparsa.

chè esprime, in molti di questi saggi, la ferma convinzione che anche le donne debbano essere istruite.

DUE VOCAZIONI CONTRASTANTI

All'età di vent'anni pubblica il suo primo lavoro, dal titolo *Propositiones Philosophicae*. Si tratta della trattazione in forma scritta di 191 tematiche di astronomia, filosofia, botanica, fisica e matematica tra quelle che Maria Gaetana aveva già discusso di fronte ad un pubblico di eruditi nel salotto di famiglia.
L'anno successivo, la giovane stupisce tutti chiedendo al padre il permesso di farsi monaca, per seguire la vocazione che da tempo aveva maturato nel suo cuore.
Pietro, colto alla sprovvista, non acconsente e cerca di far riflettere la figlia sui suoi doveri nei confronti di una famiglia così numerosa. Maria Gaetana è risoluta e, dopo un lungo braccio di ferro, sacrifica la propria vocazione ponendo ben precise condizioni. Innanzitutto ottiene il permesso di recarsi a messa tutte le volte che ne sentiva la necessità. Ma non è finita qui! Chiede ed ottiene di uscire dalla vita mondana, cioè di potersene rimanere dietro le quinte a studiare quel che più l'affascina senza dover più fare mostra di sè nel salotto di famiglia.
È in questo periodo che decide di dedicarsi intensamente allo studio dell'algebra e della geometria: analizza l'opera postuma del marchese de L'Hôpital, *Traité Analytique des Sections Coniques*, e ne compone un commento, che non verrà mai pubblicato. In quello stesso periodo, alcuni importanti matematici le inviano i manoscritti che intendono pubblicare per riceverne un parere, che non arriverà mai.

Fig. 1 – Cortile antico dell'Università di Pavia

Nel 1740, all’età di ventidue anni, incontra una persona determinante per la sua formazione matematica. Padre Ramiro Rampinelli, monaco olivetano e professore nella Regia Università di Pavia, è uno dei pionieri di quella che oggi chiameremmo *analisi matematica*. Sotto la sua abile guida, Maria Gaetana intraprende lo studio del volume *de L’Analise demontrée* dell’abate Reyneau e si appassiona a tal punto dei nuovi progressi di questa scienza da iniziare, incoraggiata dal suo mentore e dall'aiuto di Jacopo Riccati, la stesura di un testo che racchiuda tutti i più recenti contributi di analisi matematica, le *Istituzioni Analitiche ad uso della Gioventù Italiana*, che verrà pubblicato nel 1748. È in questo stesso periodo che rinuncia a pubblicare il suo commento sul lavoro marchese de L'Hôpital sulle sezioni coniche, nonostante l’apprezzamento dimostrato dai lettori del manoscritto.
L’Agnesi dedica questa sua opera all’imperatrice Maria Teresa d’Austria, rivolgendole parole gonfie di ammirazione, decantandone

> *«[…] la generosa attenzione, colla quale fra lo strepito ancora, e il tumulto dell’armi proteggete, e ravvivate gli studi, e l’arti, onde si nutre il pubblico bene, e si accendono utilmente gli animi degli uomini. Sin a primi anni occuparono le Scienze la Vostra Mente e nissuna fra quelle è a Voi straniera. Vi ha ora da quelle distolto la cura de’ popoli, ed è sembrato poco al Cielo, che foste la più dotta del Vostro Secolo. Ma non è in Voi però men fervido l’amore del Vero, e perciò chi lo ricerca sommamente distinguete, e favorite. […]»*

Per l'opera, che sarà definita come la migliore introduzione all’opera di Eulero, le giungono plausi da tutta Europa: i dotti dell'Accademia Reale di Francia lodano il libro come un'opera avanzatissima, la migliore mai apparsa nel genere; l'imperatrice stessa, mostrando gradimento per la dedica, le invia un anello di brillanti in un prezioso cofanetto; il papa Benedetto XIV le invia benedizioni e doni preziosi.
L’eco delle *Istituzioni analitiche* giunge anche a teatro. Carlo Goldoni rende omaggio all’autrice nel I atto della commedia “Il medico olandese”, quando Carolina – cameriera di Madama Marianna – risponde a Monsieur Guden, polacco ipocondriaco:

> *«Voi vi meravigliate, che la padrona mia*
> *Inclini al dolce studio della Geometria?*
> *Stupitevi piuttosto, che con saper profondo*
> *Prodotto abbia una donna un sì gran libro al mondo.*

È italiana l’autrice, signor, non è olandese,
Donna illustre, sapiente, che onora il suo paese;
Ma se trovansi altrove scarsi i seguaci suoi,
Ammirasi il gran libro, e studiasi da noi»

Nel frattempo i progressi di Maria Gaetana in campo matematico sono tali che, nel 1750 riceve una speciale dispensa da papa Benedetto XIV per sostituire il padre malato nell'insegnamento all'Università di Bologna. Dimostratasi molto brava, l’Agnesi è incoraggiata a ricoprire stabilmente la cattedra dopo la morte di Pietro. Ancora una volta, la decisione di Maria Gaetana è destinata a stupire: nonostante le pressioni giunte da più parti, dedica il suo tempo unicamente ad opere caritatevoli, allo studio delle Sacre Scritture ed all’istruzione di fratelli, sorelle e domestici.
La casa di famiglia viene progressivamente trasformata in un ospedale per donne indigenti, in cui lei stessa si prende cura delle malate. Per far fronte alle spese, dopo aver venduto tutti i suoi averi cerca sovvenzioni presso i conoscenti e le autorità cittadine.
Finalmente, grazie ad una donazione del principe Don Antonio Tolomeo Trivulzi, nel 1771 viene istituito a Milano il Pio Albergo Trivulzio, e il cardinale Giuseppe Pozzobonelli la invita a ricoprire la carica di *Visitatrice e Direttrice delle Donne, specialmente inferme*. Nel frattempo non abbandona i suoi studi in materia religiosa e tiene lezioni pubbliche di catechismo: pur senza titoli accademici è oramai una teologa affermata, tanto che lo stesso cardinale Pozzobonelli si rivolge proprio a lei per decidere sull'ortodossia di uno scritto su politica e religione.
Coloro che, invece, si rivolgono all'Agnesi per ottenere pareri di carattere scientifico vengono cortesemente scoraggiati: l'Accademia di Torino, ad esempio, le chiede di esaminare i lavori di Lagrange sul calcolo delle variazioni e lei si sottrae, adducendo *le sue serie occupazioni*.
Continua a lavorare al Trivulzio per ventisei anni fino al giorno della morte, il 9 gennaio 1799.

L’OPERA SCIENTIFICA

Come abbiamo già avuto modo di affermare, la produzione scientifica dell’Agnesi è limitata a pochi scritti. Alle *Propositiones Philosophicae* del 1738 si affiancano, infatti, il commento inedito all’opera di de l’Hospital e le *Istituzioni* *analitiche* del 1748, nella cui introduzione l'autrice riconosce a padre Rampinelli ed a Jacopo Riccati il merito di averle fatto da guida nello studio dell'analisi. Potrebbe sembrare strano che l'autrice non abbia scritto l'opera in latino[2], lingua ufficiale della scienza in quell'epoca, ma Maria Gaetana giustifica la propria scelta scrivendo così:

> *«[…]Finalmente, siccome non è stata mia mente da principio il pubblicar colle stampe la presente opera da me cominciata, e proseguita in Lingua Italiana per mio particolar divertimento, o al più per istruzione d'alcuno dei miei minori fratelli, che inclinato fosse alle matematiche facoltà, né essendomi determinata di darla al Pubblico, che dopo di esser già molto avanzata l'opera, e pervenuta a considerabile volume; mi sono perciò dispensata dal tradurla in Latino Idioma (comecchè da alcuni credasi più convenire a tal materia) sì per l'autorevole esempio di tanti celebri Matematici Oltramontani, ed Italiani ancora, le cui opere nella loro natia favella vanno a comune vantaggio stampate, sì pel naturale mio rincrescimento alla materiale fatica di trascrivere in Latino ciò, che aveva di già scritto in Italiano. Né intendo però farmi carico di quella purità di lingua, che lodevolmente viene praticata in materie da quella diverse, avendo io avuto in mira più, che ogni altra cosa, la necessaria possibile chiarezza.»*

L'obiettivo primario, quindi, è rendere l'opera chiara a chiunque voglia iniziarne lo studio. Le *Istituzioni* sono concepite, infatti, come un libro di studio in cui trovare la geometria analitica ed una vasta panoramica di luoghi geometrici, oltre a quel che era noto all'epoca sul calcolo differenziale ed integrale e sulla risoluzione di particolari classi di equazioni differenziali.

Paradossalmente, Maria Gaetana Agnesi è conosciuta molto di più per una particolare curva piana, la *versiera*, il cui studio è presente nell'opera, che per l'opera nel suo complesso. Fatti i debiti paragoni, la situazione è simile a quanto successo a Fibonacci: oggi in molti conoscono la sequenza numerica con la quale ha caratterizzato la crescita di una popolazione di conigli, ma non molti hanno sentito parlare del *Liber Abaci*, opera in cui tale sequenza è comparsa per la prima volta e nella quale Fibonacci ha spiegato come utilizzare il sistema di numerazione posizionale appreso dai mercanti arabi nel sud del Mediterraneo.

---

[2] Tra i tanti che, prima dell'Agnesi, avevano rinunciato a pubblicare le loro opere in latino, ricordiamo l'astronoma Maria Cunitz (cfr. [1]) che ha pubblicato in tedesco, mezzo secolo prima, *Urania Propitia*, un caposaldo per l'astronomia dell'epoca che contiene, rivedute e corrette, le tavole di Keplero. L'autrice ha dichiarato, in quell'occasione, di aver voluto ridurre il rischio di plagio – all'epoca molto forte – e, contemporaneamente, aver cercato di dare all'opera la massima diffusione nella sua terra d'origine.

LA *VERSIERA*, CURVA STREGATA

Come già detto, nel 1748 Maria Gaetana Agnesi da alle stampe un trattato dal titolo *"Istituzioni Analitiche ad uso della Gioventù Italiana"*, da più parti considerato la migliore introduzione all'opera di Eulero. Nelle *Istituzioni* si trova lo studio delle caratteristiche di una curva algebrica che può essere definita in questo modo:

> *Considerata la circonferenza γ di diametro OT e la retta t, tangente a γ in T, dal punto O si tracci una secante che incontri in A la circonferenza ed in B la retta t. Da A si tracci la retta r parallela a t e da B la retta s ad essa perpendicolare; sia C il punto di intersezione tra le rette trovate. La versiera è il luogo geometrico descritto dal punto C al variare di A sulla circonferenza.*

Osserviamo che è sempre possibile scegliere un riferimento cartesiano con l'origine in O in modo che la circonferenza abbia centro nel punto $K(0,1)$ e raggio unitario; in tal modo, $\gamma : x^2 + (y-1)^2 = 1$ e $t : y = 2$.

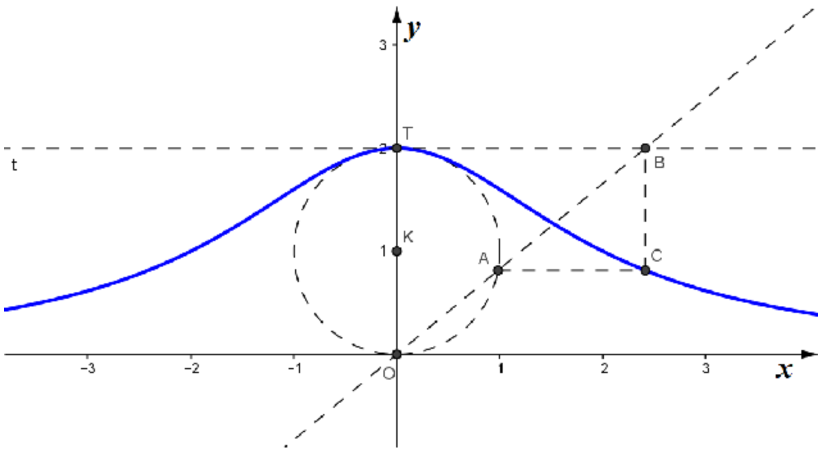

Fig. 2 – Costruzione della *versiera*

Con questa scelta del riferimento otteniamo facilmente $A\left(\frac{2m}{m^2+1}, \frac{2m^2}{m^2+1}\right)$ e $B\left(\frac{2}{m}, 2\right)$, da cui ricaviamo il sistema parametrico $C : \begin{cases} x = \frac{2}{m} \\ y = \frac{2m^2}{m^2+1} \end{cases}$ che fornisce le coordinate del punto C sulla curva. Eliminando il parametro *m*, otteniamo l'equazione cartesiana del luogo cercato:

$$y = \frac{8}{4+x^2}$$

Ad onor del vero, questa stessa curva era già stata studiata – all'epoca – sia da Pierre de Fermat, che si era occupato della sua quadratura circa un secolo prima, che da Guido Grandi, che l'aveva chiamata *curva con seno verso* nel 1703. Gli storici dicono sia stato John Colson a confondere il termine *versiera*, utilizzato dall'Agnesi, con un altro (*avversiera*) solitamente utilizzato per designare le streghe ed a tradurlo con *witch*, termine con cui la curva è denotata ancor oggi nei testi anglosassoni.

Ci proponiamo ora di calcolare l'area della regione R di piano delimitata dalla curva e dal suo asintoto orizzontale (fig. 3) ed il volume che essa genera in una rotazione completa attorno all'asse *x*; per non appesantire inutilmente la notazione, nel calcolare gli integrali impropri si preferisce evitare di scrivere il $\lim\limits_{x\to+\infty}$ ove non strettamente indispensabile.

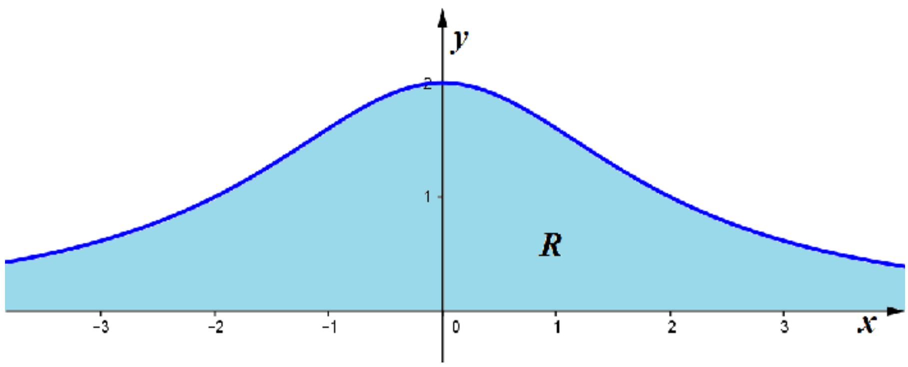

Fig. 3 – Area della regione piana "sotto" la *versiera*

Osserviamo che la funzione integranda è pari, continua e mai negativa in $\mathbb{R}$; quindi è certamente integrabile negli intervalli del tipo $[0,a)$, per ogni $a>0$. Ammettendo che sia anche integrabile in $[0,+\infty)$, risulta:

$$A=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{8}{4+x^2}dx=2\int_0^{+\infty}\frac{8}{4+x^2}dx=\frac{16}{4}\int_0^{+\infty}\frac{1}{1+\left(\frac{x}{2}\right)^2}dx=$$

ed, applicando la sostituzione $t=\frac{x}{2}$:

$$=4\int_0^{+\infty}\frac{1}{1+t^2}\cdot 2dt=\lim_{x\to+\infty}8[\operatorname{arctg} t]_0^x=8\left(\frac{\pi}{2}-0\right)=4\pi u^2$$

ove u^2 indica l'unità di misura dell'area[3].

[3] La convergenza dell'integrale improprio viene (qui e nel seguito) giustificata "a posteriori" dall'esistenza in $\mathbb{R}$ del limite, per questioni di brevità di trattazione.

Possiamo osservare che l'area della regione R è il quadruplo di quella del cerchio utilizzato nella costruzione della funzione stessa. Pertanto il problema della quadratura della versiera è facilmente riconducibile a quello della quadratura del cerchio.

Immaginiamo ora di ruotare la regione R attorno all'asse *x*, asintoto orizzontale della curva. Si genera un solido *"fusiforme"* (fig. 4); dimostriamo ora che ha volume finito.

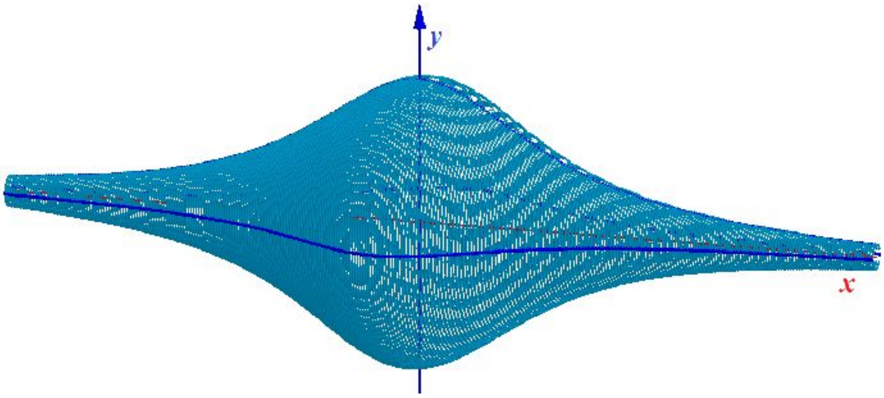

Fig. 4 – Solido ottenuto dalla rotazione della *versiera* attorno all'asse *x*

Anche in questo caso la funzione integranda è pari; ammettendo, come prima, che sia anche integrabile in $[0,+\infty)$ ed applicando la precedente sostituzione otteniamo:

$$V=\pi\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{8}{4+x^2}\right)^2 dx=2\pi\cdot\frac{64}{16}\int_0^{+\infty}\frac{1}{\left[1+\left(\frac{x}{2}\right)^2\right]^2}dx=8\pi\int_0^{+\infty}\frac{1}{\left(1+t^2\right)^2}\cdot 2dt=16\pi\int_0^{+\infty}\frac{1}{\left(1+t^2\right)^2}dt$$

Posto $t=\operatorname{tg} w$ otteniamo $dt=\dfrac{dw}{\cos^2 w}$; osserviamo che, se $t\to+\infty$, risulta $w\to\dfrac{\pi}{2}$.

Pertanto:

$$V=16\pi\int_0^{+\infty}\frac{1}{\left(1+t^2\right)^2}dt=16\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\left(1+\operatorname{tg}^2 w\right)^2}\cdot\frac{dw}{\cos^2 w}=$$

che, in base alla nota identità $1+tg^2 w=\dfrac{1}{\cos^2 w}$ può essere riscritto così:

$$=16\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 w\cdot\frac{dw}{\cos^2 w}=16\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos^2 w\right)dw=$$

ed, applicando la formula di bisezione del coseno:

$$=16\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2w}{2}\,dw=8\pi\left[w+\frac{1}{2}\operatorname{sen}2w\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=8\pi\cdot\frac{\pi}{2}=4\pi^2\,u^3$$

ove u^3 indica l'unità di misura del volume.

Il calcolo diretto della superficie laterale S del solido in fig. 4 è tutt'altro che elementare; dovremmo infatti integrare in $\mathbb{R}$ l'elemento di superficie

$$dS=2\pi y\sqrt{1+(y')^2}\,dx=16\pi\frac{\sqrt{x^4+264x^2+16}}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx\,.$$

Relativamente facile è, invece, dimostrare che tale superficie è finita. Osserviamo che la funzione integranda $\sigma(x)=16\pi\frac{\sqrt{x^4+264x^2+16}}{\left(x^2+4\right)^2}$ è pari e continua in $\mathbb{R}$ ed è un infinitesimo dello stesso ordine di $\frac{1}{x^2}$ per $x\to+\infty$; infatti:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sigma(x)}{x^{-2}}=\lim_{x\to+\infty}16\pi x^2\frac{\sqrt{x^4+264x^2+16}}{\left(x^2+4\right)^2}=\lim_{x\to+\infty}16\pi x^4\frac{\sqrt{1+264x^{-2}+16x^{-4}}}{x^4\left(1+4x^{-2}\right)^2}=16\pi$$

Se ne deduce che l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty}dS=2\int_0^{+\infty}16\pi\frac{\sqrt{x^4+264x^2+16}}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx$$

converge ad un numero positivo.

Se volessimo, infine, calcolare la lunghezza della versiera dovremmo integrare in $\mathbb{R}$ l'elemento di linea $dl=\sqrt{1+(y')^2}\,dx$. È banale osservare che $\sqrt{1+(y')^2}\geq 1$ e che la funzione integranda $\lambda(x)=\frac{\sqrt{x^4+264x^2+16}}{x^2+4}$ è continua in $\mathbb{R}$; pertanto è evidente che l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{1+(y')^2}\,dx$$

non converge, dal momento che la funzione integranda non è infinitesima per $x\to\infty$.

Mettiamo in evidenza un aspetto paradossale della situazione osservata: una curva di lunghezza infinita (la *versiera* di Agnesi), quando ruota attorno al proprio asintoto dà origine ad un solido di rotazione di superficie finita che racchiude un volume, anch'esso finito.

ALCUNE OSSERVAZIONI SUPPLEMENTARI

1) Se consideriamo la circonferenza γ utilizzata per la definizione della versiera, per motivi di simmetria possiamo affermare che il baricentro del cerchio da essa racchiuso è il centro K della circonferenza stessa; inoltre l'area del cerchio è $A_c = \pi u^2$.

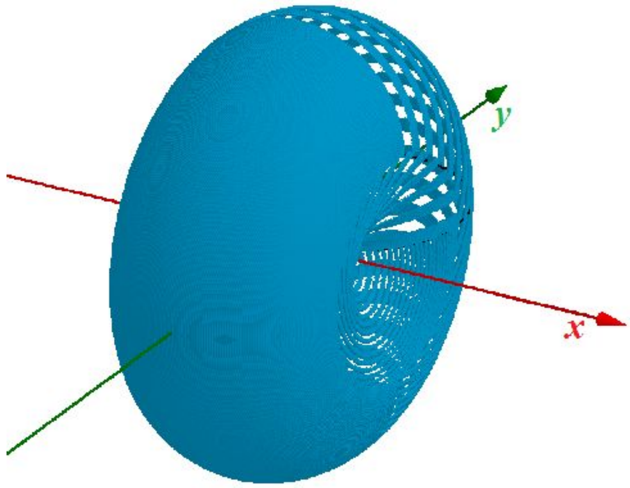

Fig. 5 – Toro ottenuto dalla rotazione della circonferenza γ

Applicando il Teorema di Guldino, il volume V_t del *toro* generato dalla rotazione della circonferenza γ attorno all'asse *x* vale:

$$V_t = 2\pi y_K \cdot A_c = 2\pi^2 u^3$$

Possiamo, quindi, osservare che *il volume del solido fusiforme generato dalla rotazione della versiera attorno al proprio asintoto orizzontale è pari al doppio di quello del toro generato dalla rotazione della circonferenza γ attorno all'asse x.*

2) Utilizzando ancora una volta il Teorema di Guldino possiamo determinare il baricentro G della regione piana R, delimitata dalla versiera e dal suo asintoto. Per motivi di simmetria, G appartiene all'asse delle *y*; detta y_G la sua ordinata, risulta $2\pi y_G \cdot A = V$, ove si è indicata con A la superficie della regione R e con V il volume del solido di rotazione da essa generato, in una rotazione completa attorno all'asse x. Otteniamo quindi l'ordinata del baricentro della regione piana R:

$$y_G = \frac{V}{2\pi A} = \frac{4\pi^2}{2\pi \cdot 4\pi} = \frac{1}{2}.$$

Pertanto il baricentro della regione R è il punto medio del segmento OK, raggio del cerchio γ (fig. 2).

3) Potremmo chiederci se anche il solido generato dalla rotazione della versiera attorno al suo asse di simmetria sia finito. Per calcolarlo conviene utilizzare il *metodo dei gusci cilindrici* (cfr. [8], [9], [10]).
Si tratta di integrare in $[0,+\infty)$ l'elemento di volume $dV_y = 2\pi x \cdot y dx$:

$$V_y = \int_0^{+\infty} 2\pi x \cdot \frac{8}{4+x^2} dx = 8\pi \int_0^{+\infty} \frac{2x}{x^2+4} dx = 8\pi \cdot \lim_{b\to+\infty} \left[\ln\left(x^2+4\right) \right]_0^b = +\infty$$

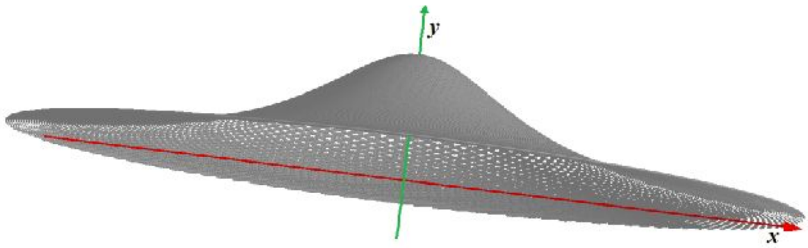

Fig. 6 – Solido ottenuto dalla rotazione della *versiera* attorno all'asse *y*

Come si vede, la versiera genera un solido di volume finito solo se la rotazione avviene attorno al suo asintoto orizzontale.

LA VERSIERA NELLE APPLICAZIONI DELLA MATEMATICA

La versiera di Agnesi, costruita a partire dalla circonferenza di centro (x_0, y_0) e raggio $r = y_0$, contenuta nel semipiano delle ordinate positive, ha equazione

$$y = \frac{8y_0^3}{(x-x_0)^2 + 4y_0^2}$$

che, una volta normalizzata e riparametrizzata, è utilizzata – ad esempio – come modello per la densità della variabile casuale di Cauchy.
La v.c. di Cauchy di parametri (ϑ, d), con d > 0 – anche detta v.c. di Lorentz – è una v.c. continua la cui densità è appunto espressa da

$$f_{(\vartheta,d)}(x) = \frac{1}{\pi d} \frac{1}{1+\left(\frac{x-\vartheta}{d}\right)^2}$$

e viene largamente utilizzata in spettroscopia.

Nella chimica analitica si utilizza la *spettroscopia di assorbimento atomico* per la determinazione, sia qualitativa che quantitativa, di sostanze inorganiche. Questa tecnica è basata sull'esame dell'assorbimento di una radiazione elettromagnetica dopo che questa ha attraversato un "vapore" in cui sia presente il campione sotto forma di atomi o ioni monoatomici. Quando un atomo viene investito da un'onda elettromagnetica di frequenza opportuna, uno o più elettroni esterni possono abbandonare l'orbitale in cui normalmente si trovano, per passare ad orbitali più ricchi di energia.
Siccome questo stato eccitato è particolarmente instabile, l'atomo torna rapidamente allo stato fondamentale, restituendo all'ambiente l'energia acquistata mediante l'emissione di un'onda elettromagnetica di frequenza opportuna.
Dal momento che gli atomi, nel loro moto di agitazione termica, si urtano continuamente, le collisioni fanno variare, anche se di poco, i livelli energetici degli atomi stessi; pertanto l'assorbimento delle radiazioni non avviene a frequenze rigorosamente esatte, ma entro una ristrettissima gamma di frequenze.

Presentando agli studenti liceali questa funzione e le sue proprietà è interessante far notare loro come una curva algebrica, studiata inizialmente solo per le sue particolari caratteristiche geometriche, sia oggi utilizzata normalmente come modello probabilistico nelle interpretazione di fenomeni fisici. È bene sottolineare, a mio avviso, il fatto che non sempre le scoperte matematiche hanno un'immediata ricaduta pratica, ma non è escluso che possano tornare utili in un secondo momento, e questo è uno dei motivi per cui è importante incentivare la ricerca anche in matematica generale.

NOTA: L'autore ringrazia la 5 AS (Anno Scolastico 2015/'16) del Liceo "F. Corradini" di Thiene (VI) per essersi prestati alla sperimentazione ed il caro amico prof. Gerardo Campagnolo per aver riletto le note manoscritte ed averlo stimolato a continuare la ricerca.

Bibliografia

[1] L. Meneghini. *La scienza e le donne*, in "L'altra metà del cielo. Il femminile nella storia del pensiero.", a cura di Y. D'Autilia, M. Di Cintio, M. Lucivero, pp. 95 – 122, Aracne Ed., febbraio 2016.
[2] K.Devlin, *I numeri magici di Fibonacci*, BUR Saggi, Milano, 2014
[3] http://math.unipa.it/averna/did/an2/guldino.pdf
[4] http://www.uniroma2.it/didattica/MA2/deposito/spettroscopiaAA.pdf
[5] campus.unibo.it/8333/12/09-allargamento.doc
[6] http://wwwcdf.pd.infn.it/labo/twoup4.pdf
[7] L. Meneghini, "Osservazioni sul calcolo dei volumi nei temi d'esame", in «Euclide. Giornale di matematica per i giovani», n. 32 (2016) – http://www.euclide-scuola.org/
[8] Beltramino A., Chimetto M. A., *"Esame di Stato 2011. Seconda prova scritta per i licei scientifici a indirizzo sperimentale (PNI)"*, Archimede, 4 (2011), Le Monnier
[9] Meneghini L., *"Esame di Stato 2012. Seconda prova scritta per il liceo scientifico di ordinamento"*, Archimede, 4 (2012), pp. 174 – 186, Le Monnier