Un libro di testo che non ho mai adottato

Adriana Lanza

Fig.1

Il ricordo di Lucio Lombardo Radice (Fig.1), nel centenario della sua nascita, attraverso la rilettura del libro "Il metodo matematico"-Corso di matematica per le scuole medie superiori -

Quando, il 21 novembre del 1982, appresi la notizia della scomparsa di Lucio Lombardo Radice [1), la mia prima reazione fu d'incredulità mista a un comprensibile rammarico.
La seconda fu una forte esigenza di parlare di lui ai miei studenti di liceo scientifico, ben consapevole che nessuna frase commemorativa, nessun necrologio avrebbe potuto cogliere tutti gli aspetti della sua personalità eclettica e trasmettere la sua sensibilità culturale.

---

1) Lombardo Radice**, **Lucio. *http://www.treccani.it/enciclopedia/*
Matematico, pedagogista e uomo politico italiano (Catania 1916 – Bruxelles 1982). Professore di Geometria analitica dal 1956 nell'università di Palermo,poi di Algebra, di Geometria e di Matematiche complementari in quella di Roma.
Tra le opere più propriamente tecniche: Geometria degli indivisibili *(1959) e* Istituzioni di algebra astratta *(1965); più divulgative,* La fondazione della matematica *(1976) e* L'infinito *(1981). Fondò e diresse la rivista* La riforma della scuola *(1955) e scrisse di argomenti pedagogici (*L'educazione della mente*, 1961;* Educazione e rivoluzione*, 1976). Comunista (1938), condannato dal tribunale speciale (1940, 1943), membro del Comitato Centrale del PCI (1969), cercò di promuovere la collaborazione con le masse cattoliche e si batté per il comunismo nel quadro di una società aperta e pluralistica (*Socialismo e libertà*, 1968;* Gli accusati*, 1972;* Un socialismo da inventare*, 1979).*

Avrei dovuto ricordare il professore dallo stile semplice e pacato, ironico e disponibile di fronte alle difficoltà dello studente.

Che dire poi dell'uomo politico sempre pronto al dialogo e all'ascolto e del dirigente di partito pronto a superare le ideologie per schierarsi, sempre e ovunque, in difesa dei diritti umani?

Pensai allo studioso di Algebra astratta, da lui considerata la "più potente carica innovatrice del pensiero", ma anche al pedagogista che si batteva per un insegnamento interdisciplinare della matematica.

Mi tornò in mente lo scienziato interessato a sperimentare tutti gli strumenti di divulgazione scientifica, nello stesso tempo sempre attento ai problemi della didattica della matematica, attivo e impegnato anche sul fronte della formazione dei laureandi e degli insegnanti delle scuole di ogni ordine e grado.

Fu allora che ebbi l'idea di portare in classe il libro di testo che Lombardo Radice aveva scritto in collaborazione con Lina Mancini Proia:

"Il metodo matematico"-*Corso di matematica per le scuole medie superiori (Fig.2)*

Fig.2

Un testo che era il frutto del lavoro di sperimentazione portato avanti dai due autori, in una felice collaborazione tra Scuola secondaria e Università, entrambe viste come laboratorio di ricerca e di formazione.

Un libro di testo che non ho mai adottato, in linea con l'insegnamento portato avanti da alcune scuole sperimentali ma lontano dalla didattica tradizionale.

Il libro nasce, infatti, negli anni '70, quando le proposte di rinnovamento dell'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie superiori, avanzate dai gruppi di ricerca, non avevano trovato riscontro in ambito istituzionale.

In attesa di una riforma che sembrava ormai irrealizzabile, la sperimentazione in alcune scuole secondarie superiori, con la produzione di testi innovativi, doveva da un lato dare concretezza alle ipotesi di lavoro, dall'altra sensibilizzare tutto il mondo della scuola nei confronti di un insegnamento formativo, adatto alla nuova realtà socio-economica e rispondente alle esigenze di una scuola moderna e democratica.

La matematica è vista come metodo o come scoperta, la conoscenza come organizzazione mentale, l'interdisciplinarità come comprensione dei fondamenti dei diversi metodi e indirizzi di ricerca in una concezione unitaria del sapere.

Sostanzialmente il lavoro degli autori era orientato verso un punto di equilibrio tra l'insegnamento di stampo bourbakista delle classi pilota degli anni '60, centrato sulle strutture astratte, e la tradizione italiana rappresentata dai " comuni maestri" cui l'opera è dedicata: Guido Castelnuovo, Federico Enriques, Gaetano Scorza, cioè importanza dell'intuizione geometrica, della dimensione storica e delle basi filosofiche della matematica.

Alcuni contenuti erano decisamente innovativi: Teoria dei Gruppi, Trasformazioni lineari, Spazio affine e proiettivo, Geometrie finite, Programma di Erlangen, Calcolo delle Probabilità, Programmazione lineare.

Ogni argomento è approfondito tramite una Nota storica o, comunque, di carattere interdisciplinare.

Solitamente, di fronte alla proposta di un testo innovativo, si notano tre tipi di atteggiamento da parte degli insegnanti:

- coraggioso consenso grazie anche a un contesto scolastico favorevole
- rifiuto, dettato da fiducia incondizionata in un metodo di lavoro già collaudato
- consenso ideale, per cui il libro diventa punto di riferimento per studio personale o fonte di spunti didattici.

In quell'occasione dovetti riconoscermi nella terza tipologia d'insegnante.

"Il metodo matematico" è quindi un testo che non ho mai adottato ma che ho spesso consultato cogliendone spunti didattici da sviluppare e suggerimenti metodologici; soprattutto un libro che ho continuato a leggere scoprendone sempre nuovi aspetti e che in quel momento mi sembrava l'intermediario più adatto per delineare la figura di Lombardo Radice matematico, pedagogista, uomo politico.

Il metodo matematico

Nella classe terza decisi di commentare la Nota II del primo volume:

In principio era il caos: la separazione della filosofia naturale dal mito - il naufragio di Pitagora: la separazione tra fisica e matematica.

Avevamo già parlato della scoperta dell'esistenza di segmenti incommensurabili e dei numeri irrazionali . Ci concentrammo allora sulla visione geometrica dei numeri e provammo a risolvere un esercizio:

Servendosi dei numeri triangolari trovare una formula generale per la somma dei primi numeri interi

La prima reazione da parte di alcuni ragazzi, è stata :<< Questa formula l'abbiamo studiata l'anno scorso, non ce la ricordiamo>>

Qualcuno la ricordava.

Feci osservare che non dovevano applicare una formula ma scoprirla e suggerii di costruire i primi numeri triangolari e ragionare sui risultati.

Non mi aspettavo una risposta immediata ma non avevo valutato quanto la formulazione della richiesta fosse lontana dagli esercizi schematici ai quali i ragazzi erano abituati.

Non c'erano dati numerici da manipolare, non erano presenti enunciati da dimostrare.

Il metodo risolutivo "congettura –verifica- dimostrazione" era un'assoluta novità.

Andammo avanti con una soluzione guidata (Fig.3): raddoppiando l'n-simo numero triangolare si ottiene un parallelogramma il cui numero di elementi , doppio di quello del triangolo, è il prodotto del numero di elementi contenuti in ciascuno di due lati consecutivi, cioè $n(n+1)$.

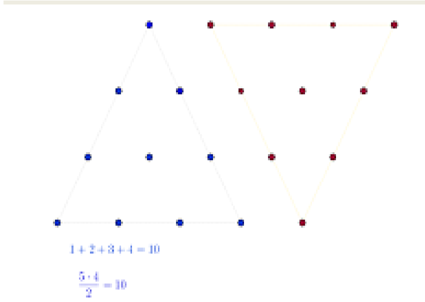


Fig.3

Pertanto : $S_n = 1 + 2 + 3 \dots \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Colsi poi l'occasione per parlare del "Metodo matematico" , passando a commentare la Nota VIII: "*Ordine geometrico demonstrata…"-La geometria diventa la scienza esatta per eccellenza –Euclide il sistematore e Archimede il costruttore-*

La sistemazione rigorosa è garanzia di validità del <<già conosciuto>> (esigenza di superare i momenti critici come quello della scoperta dei segmenti incommensurabili) mentre la ricerca e la scoperta di nuove proprietà, anche attraverso metodi non rigorosi, porta alla creazione di nuovi teoremi.

La differenza tra Euclide e Archimede è interpretata alla luce del contesto sociale in cui operano i due matematici.

<<Nell'Alessandria di Euclide, come nell'Atene di Platone, il ragionare geometrico era un raffinato lusso dell'uomo libero; nella Siracusa di Archimede la matematica manteneva un rapporto con le arti pratiche>>

Lombardo Radice esprime con chiarezza il suo punto di vista :
<<In questo nostro libro sul Metodo matematico, e lo dichiariamo francamente ai colleghi e agli studenti, noi vorremmo proporre un modello Archimede piuttosto che Euclide, stimolare cioè innanzi tutto il gusto della costruzione e della scoperta , fatta anche procedendo a tentoni (come diceva un grande matematico dell'Ottocento, Evariste Galois) ; ponendo subito dopo l'esigenza di controllare ***ordine geometrico*** *la scoperta intuita, di dimostrarla>>*
Qualche anno più tardi l'introduzione dell'Informatica nell'insegnamento della matematica avrebbe favorito una didattica laboratoriale e avrebbe affiancato l'approccio euristico, per la costruzione dei concetti, alla loro sistemazione rigorosa.
Il "Metodo Matematico" di Lombardo Radice e L. Mancini Proia ha continuato a fornire un valido sostegno ma soprattutto è stato un modello da imitare nel modo di essere insegnanti.
Rileggendo la Nota storica "Da Archimede a Cartesio" : dalla geometria pura alla geometria analitica" mi sono soffermata a riflettere sulla conclusione:
"La matematica (e in generale tutta la scienza, tutta la cultura) non passa direttamente da una testa all'altra , dal <<capoccione >> di Archimede a quello di Cartesio. Come il gigante Anteo, figlio della Terra, riacquistava vigore quando toccava il suolo, così la matematica progredisce quando il terreno storico e sociale, sul quale cresce, diviene più fecondo. Il passaggio dalla ***geometria pura*** *a quella analitica, e più in generale, dalle* ***figure*** *ai* ***calcoli,*** *non dipende dal fatto che il cervello di Cartesio fosse più grosso di quello di Archimede (in molti crediamo che sia piuttosto vero il contrario), ma dallo svilupparsi di una società che* ***aveva bisogno di calcoli*** *.*
Il tono ironico del brano sembra voler sdrammatizzare il disagio che si prova quando si deve abbandonare un modo di pensare , ma anche un modo di insegnare, per dare spazio alle novità che sembrano imporsi con prepotenza.
Il rinnovamento che deriva dal confronto con un nuovo contesto storico e sociale deve essere un arricchimento che non impoverisce di significato il pensiero che l'ha preceduto.

L'astrazione in matematica

<<La matematica è difficile perché è astratta>>

<< La matematica è poco amata perché astratta e lontana dalla realtà>>
Ormai siamo abituati a queste affermazioni che ritornano ogni qual volta si affaccia l'esigenza di miglioramento del processo di apprendimento della matematica.
Anche nella classe quarta di quell'anno avevamo affrontato spesso questo discorso e le mie risposte erano molto vicine a quanto leggemmo nella prefazione del testo:
"La matematica non è una materia, è un metodo. Non è uno scaffale del sapere, quello che contiene formule, costruzioni mentali, astrazioni che sembrano nascere le une dalle altre , per partenogenesi senza una fecondazione all'esterno. È un metodo: il metodo che porta da situazioni fisiche a situazioni mentali, da strutture reali a strutture astratte, che però hanno a che fare con le strutture reali di partenza e ne sono un loro estremo perfezionamento".
Nei processi di matematizzazione
" … l'astrazione finale è più ricca della realtà dalla quale è venuta fuori. Lo schema finale ottenuto da una realtà impiegando il metodo matematico può venire fuori anche da altre realtà ……… a uno stesso schema non è legato un contenuto ma tanti, non un concreto ma molti. ***L'astratto non è la negazione, è la moltiplicazione del concreto è un multi-concreto….".***
Passammo poi alla lettura della Nota X del secondo volume, "La spirale della matematica", in cui lo stesso concetto è ripreso e approfondito partendo da una citazione di John von Neumann, che viene definito come uno dei matematici più completi della prima metà del '900:
<<Le idee matematiche nascono dall'esperienza, anche se il loro albero genealogico è spesso lungo e oscuro>>
Lombardo Radice aggiunge che il percorso dell'albero è lungo ma non lineare, simile piuttosto a una spirale che, raggiunto un livello di astrazione, riprende il suo cammino ampliando il suo significato e il suo campo di azione.
Invitai i ragazzi a riflettere su questa metafora analizzando alcune tappe significative del percorso didattico proposto nel testo.
Le proprietà delle figure geometriche sono introdotte tramite i gruppi di trasformazioni, in linea con le proposte di "Matematica moderna" della seconda metà del secolo scorso, salvaguardando però l'intuizione e l'approccio empirico.

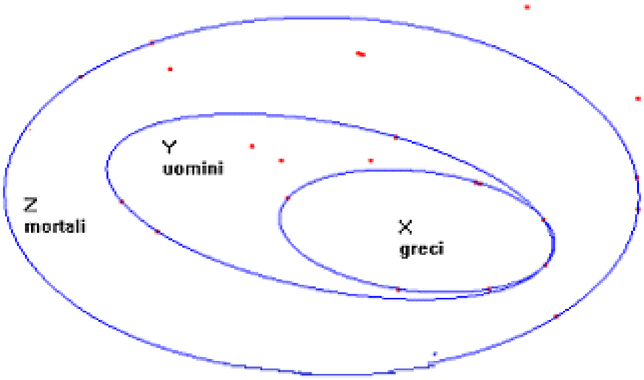
Partendo dall’esperienza concreta (ombre, immagini riflesse,movimenti), si introduce una geometria dell’uguaglianza e una geometria della similitudine .
Il processo di astrazione è affiancato da un continuo ritorno al reale . La simmetria, per esempio, viene ritrovata nell’arte e nella natura. Il concetto di invariante fornisce una riflessione sul significato relativo del concetto di uguaglianza in un confronto col linguaggio comune e con l’analisi logica. L’assiomatizzazione vera e propria arriva, nel terzo volume, con i postulati dello spazio affine, passando da una geometria più vincolata a una meno vincolata e viceversa, in un procedimento di espansione e restrizione.
Parallelamente si entra nel mondo dei numeri: sistema posizionale ma anche storia della scrittura del numero. Le classi resto sono introdotte come “aritmetica dell’orologio o dei giorni della settimana” e il confronto con le proprietà delle operazioni definite in N, in Z o in Q pone le basi per il concetto di struttura algebrica.
Il numero è però soprattutto potenza del calcolo e linguaggio della scienza,specialmente quando l’algebra si unisce alla Geometria.
Il metodo delle coordinate è subito applicato alla rappresentazione grafica delle relazioni tra grandezze, allo studio di leggi fisiche o biologiche.
Arrivati al capitolo <<Insiemi, relazioni, logica delle proposizioni>> mi parve opportuno raccontare un simpatico episodio.

Agli inizi degli anni ’70 ho partecipato a un viaggio studio a Bruxelles, con un gruppo di giovani docenti e neo-laureati in matematica, sotto la <<guida>> di Emma Castelnuovo, Lina Mancini Proia e Michele Pellerey. Lo scopo era visitare le due scuole principali : quella di Decroly e quella di George e Frédérique Papy.
Avremmo potuto così sperimentare due diverse impostazioni didattiche.

L'École Decroly, basata su metodi attivi, era orientata verso una conoscenza che parta dal concreto, da un centro di interesse che quell'anno era il corpo umano.

Fig.4

La scuola del prof. Papy e di sua moglie Frédérique era invece impostata sul formalismo e sulle strutture astratte, come si può osservare nella foto (Fig.4) che ho avuto occasione di scattare mentre assistevamo alla lezione sulla corrispondenza tra insiemi, in una classe di bambini di circa 5 anni.
Madame Papy annunciò che avrebbe parlato di un insieme di topolini attratti da alcuni pezzetti di formaggio.
"C'è bon le fromage!" è stato il primo commento entusiasta.
Quando però i topolini si concretizzarono in un insieme di puntini in un diagramma di Venn, si sentì una vocina incerta: " Où est la queue? (Dov' è la coda?)"
Madame non rispose, forse non aveva neppure sentito.
Al racconto dell'aneddoto ovviamente seguirono alcuni commenti. A parte il sacrosanto diritto dell'infanzia a vedere topolini con orecchie e coda, convenimmo sulla necessità di trovare la corretta via per l' astrazione, senza per questo mettere in discussione l'importanza e la fecondità dei formalismi.



Tutti gli X sono Y

Tutti gli Y sono Z

Tutti gli X sono Z

Fig.5

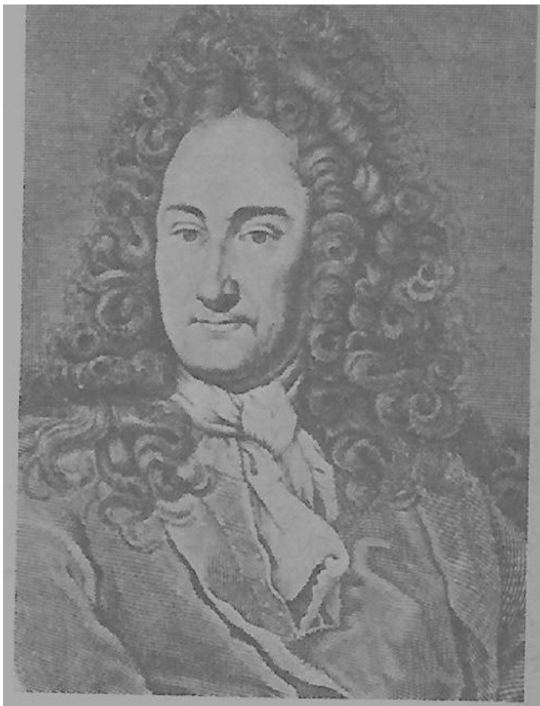
I diagrammi che rappresentano la relazione di inclusione, l'unione el' intersezione di insiemi, possono riferirsi a operazioni analoghe tra eventi casuali o descrivere le regole del pensiero e i sillogismi della Logica classica (Fig.5)

Nello stesso capitolo sono introdotti i primi elementi della Logica delle proposizioni e le Tavole di verità.

Nella nota III "Il ragionamento può essere ridotto al calcolo?"- La "matematica dell'intelletto umano di George Boole" si legge:

"..Q*uesto calcolo simbolico (algebrico), che si chiama oggi a buona ragione,* ***algebra booleana****, ha una grandissima importanza tanto per i successivi sviluppi dell'astrazione matematica, quanto per le recenti tecniche del* ***calcolo automatic****o".*

E' noto a tutti dove è arrivata, ai giorni nostri, questa spirale matematica, attraverso le applicazioni alla realtà e i diversi livelli di astrazione.



Goffredo Guglielmo Leibniz (1646-1716) è, con Galileo, Cartesio, Newton, uno dei fondatori della scienza moderna. Sono tutti uomini completi: filosofi, fisici, matematici. Leibniz, con Newton, fonda il calcolo infinitesimale.

Fig.6

Matematica e Filosofia (e anche politica)

Nella classe quinta affrontammo un tema di importanza cruciale nello studio dell'analisi infinitesimale :

"La dialettica dell'infinito: dall'infinitesimo al limite 0"(Nota VIII del terzo volume).

L' approccio di carattere filosofico alla problematica dell'infinito potenziale e dell'infinito attuale, collegato con il problema della composizione del continuo, suscita l'interesse dei ragazzi e rafforza il legame tra matematica e filosofia , molto vivo nel pensiero di Lombardo Radice. (Fig.6)

Un segmento può essere diviso in un numero arbitrariamente grande di parti (infinito potenziale) e le parti, per quanto piccole, saranno sempre dotate di misura (infinitesimi potenziali.)
Se invece pensiamo il segmento come un'infinità attuale di parti, queste devono essere prive di dimensioni (infinitesimi attuali).
Aristotele, che per primo introdusse questa distinzione, negava l'esistenza dell'infinito in atto e solo il coraggio intellettuale di alcuni matematici e filosofi del Seicento permise di utilizzare metodi matematici che implicavano l'infinitamente grande e l'infinitamente piccolo attualmente dati.
La contrapposizione tra infinito attuale e infinito potenziale ritorna, infatti, con la nascita del calcolo infinitesimale, nella risoluzione di problemi legati al concetto di derivata e d'integrale.

Fig.7

Gli infinitesimi introdotti da Newton e da Leibniz (Fig.6) sono però misteriose quantità evanescenti, non misurabili e insieme non nulle, che acquistano un significato solo più tardi, quando Eulero introduce il concetto di variabile e di funzione, per cui il processo di differenzazione non è altro che il limite cui tende il rapporto delle differenze finite di due variabili quando queste differenze tendono a 0 (d'Alembert).
Si deve però aspettare la prima metà dell'Ottocento per avere una presentazione sistematica dei concetti dell'Analisi, grazie alla definizione di limite da parte di Cauchy.
L'evoluzione storico-epistemologica del calcolo infinitesimale, dall'esposizione di Newton e di Leibniz, ai contributi razionalistici di Eulero e d'Alembert, fino alla definizione rigorosa di Cauchy, è interpretata alla luce della dialettica hegeliana:
l'infinito e l'infinitesimo attuale, che nel Seicento rappresentano un progresso filosofico e tecnico rispetto alla filosofia aristotelica e scolastica, diventano in seguito ostacolo a nuovi progressi, ostacoli che saranno poi superati in una sintesi che non può comunque considerarsi definitiva.

Si arriva alla conclusione che " *non è possibile né utile ridurre l'infinito a uno solo dei suoi aspetti ma bisogna saperlo considerare di volta in volta, come potenziale e come attuale*" in un processo dialettico che non si concluderà mai.

La dialettica dell'infinito diventa quasi una metafora del pensiero e del giudizio critico e offre ulteriori spunti di riflessione, in verità un po' insoliti nei libri scolastici e decisamente legati al momento storico che l'autore stava vivendo.

Interessante il ritratto di Cauchy:

Reazionario, legittimista, nemico della Rivoluzione francese e dei suoi principi, il barone Cauchy (barone di nascita oltre che <<barone >> accademico) fu anche egoisticamente chiuso nei confronti dei giovani matematici Galois e Abel.

Come pensatore e scienziato fu invece progressista e in un certo senso un rivoluzionario del pensiero, contribuendo al progresso scientifico e sociale.

Da questo Lombardo Radice trae una specie di morale :*<<Attenzione ai giudizi in bianco e nero!>>*

Il monito, è evidente, è rivolto a quella fascia del Movimento studentesco (Fig.7) che, portando avanti in modo radicale la lotta contro l'autoritarismo e la contestazione delle istituzioni scolastiche, aveva elaborato una visione manichea della società, etichettando come reazionari anche i moderati e i riformisti. Pur paventando il pericolo che gli atteggiamenti riformisti da parte delle istituzioni potessero generare derive di carattere estremiste, come infatti avvenne, Lombardo Radice credeva nell'efficacia di un rinnovamento graduale che passava attraverso l'educazione delle coscienze.

Commentando, invece, i Manoscritti matematici di Karl Marx, che definisce studioso di matematica ma non specialista, Lombardo Radice mette in rilievo soprattutto l'importanza che Marx dava allo studio e alla comprensione dell'Analisi, non solo negli aspetti tecnici ma anche in quelli teorici, in quanto fondamenti della scienza che si era sviluppata nella società capitalistica, "*contrariamente di quanto affermano con orgogliosa ignoranza certi suoi nipotini che parlano invece di <<cultura alternativa>> e <<scienza di classe>>".*

Il tono paternalistico nasconde forse l'amarezza nel veder negati i valori della scuola e della cultura, viste in modo riduttivo come strumenti del potere, nonché il timore che il suo impegno di ricerca e di progressiva apertura fosse vanificato tra gli slogan di carattere astratto e massimalista e l'ansia di bruciare le tappe.
Lombardo Radice aveva sempre accolto favorevolmente le proteste degli studenti , condannando però l'intolleranza e la violenza.
Aveva risposto in modo costruttivo , come politico e come uomo di scuola, battendosi per gli interventi mirati a salvaguardare il diritto allo studio e all'istruzione.
Convinto del valore formativo degli studi scientifici, considerava la stessa ricerca didattica come un impegno politico . L'educazione alla razionalità e allo spirito critico era per lui il fondamento di una società giusta e democratica.
Quando fu colpito da infarto, quel 21 novembre, Lombardo Radice era a Bruxelles per la preparazione della II Conferenza per il disarmo, in qualità di coordinatore dei movimenti per la pace.
Era solito dire:<<*Chi è per la scuola è contro la guerra*>>..
La Scuola era per lui educazione e quindi progresso, la violenza è distruzione e ostacolo *" alle infinite possibilità aperte di fronte all'uomo".*