Omaggio a Evangelista Torricelli

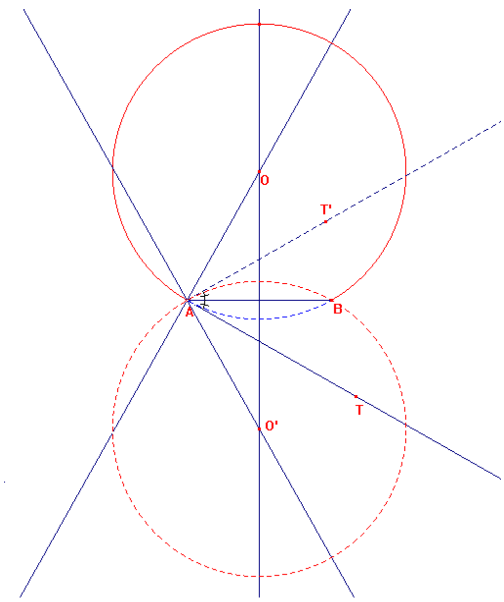
Elena Stante

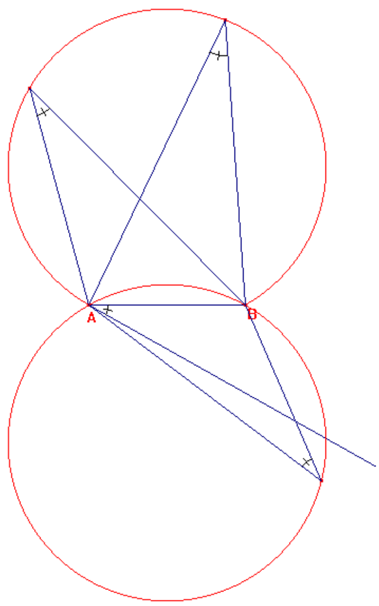
Il nome di Evangelista Torricelli è indissolubilmente legato all'invenzione del barometro, strumento attraverso il quale egli misurò per la prima volta la pressione atmosferica.
In realtà fu uno scienziato poliedrico in quanto si occupò di idrodinamica, di balistica, di matematica; studioso di geometria, elaborò diversi importanti teoremi e anticipò il calcolo infinitesimale. Si dedicò alla meccanica razionale e alla fisica studiando il moto dei gravi e dei corpi celesti e approfondendo l'ottica. Impiantò un laboratorio nel quale costruiva lenti e telescopi di eccellente fattura.
Per incontrare il nostro scienziato come matematico, facciamo un passo indietro nel periodo in cui visse: il Seicento, epoca della cultura rinnovata, in cui prepotentemente si impone il "problema del metodo"; qui si riconosce la fondamentale necessità di stabilire con quali criteri l'uomo può condurre le proprie ricerche per giungere ad una sicura e progressiva conoscenza della natura e dei suoi fenomeni.I filosofi e gli scienziati del Rinascimento, e prima ancora gli aristotelici , consideravano essenzialmente gli aspetti qualitativi dell'Universo.
Gli innovatori, invece, tendono ad instaurare una nuova scienza e, primi fra questi Galilei e Keplero, mirano piuttosto a determinarne gli aspetti quantitativi. Galileo sostiene infatti che la natura non va solo "osservata" come facevano appunto gli aristotelici, ma soprattutto "interrogata" ; egli sottolinea la fondamentale importanza del problema della misurazione dei fenomeni , o meglio delle grandezze che intervengono in essi.
Solo procedendo in questo modo,infatti, si può giungere con l'aiuto della "ragione calcolatrice", ovvero della matematica, ad un'interpretazione quantitativa dei fenomeni. La figura di Torricelli è legata a quella del grande Galilei il quale ,dopo aver letto il suo libro *De motu Gravium naturaliter descentium et proiectorum* ,lo assunse come aiutante nella stesura delle proprie opere, visto il suo stato di avanzata cecità. Alla morte del grande maestro , Torricelli tornò a Roma e Ferdinando II de Medici gli propose gli incarichi di matematico del Granduca e lettore di matematica , in precedenza conferiti a Galilei. Proseguì quindi i suoi studi e ottenne notevoli risultati in geometria.

Il punto di Torricelli

Un arco di una circonferenza si dice capace di un dato angolo quando gli angoli in esso inscritti sono congruenti a quello dato. Da questa definizione ne può venire un'altra .

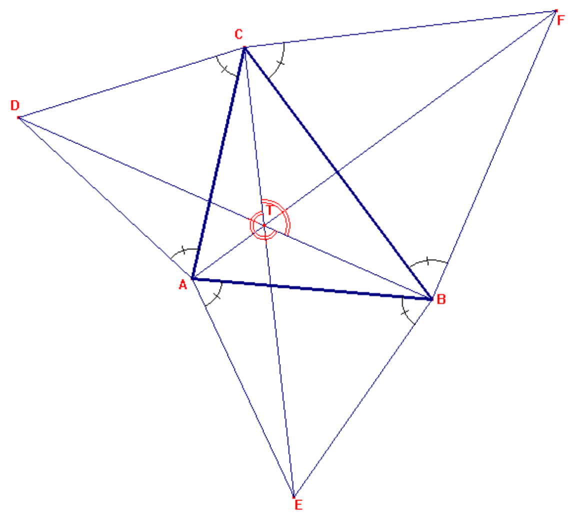
Si dice che un punto vede un segmento sotto un dato angolo quando l'angolo, che ha per vertice quel punto e i lati passanti per gli estremi del segmento, è congruente all'angolo dato.
Questo punto si chiama centro isogonico.
Si dimostra che il luogo dei punti del piano da cui si vede un segmento sotto un determinato angolo (ovvero il luogo dei punti isogonici) è la coppia di archi di circonferenza di cui il segmento è la corda sottesa; tali archi, che uniscono gli estremi del segmento, sono perciò capaci dell'angolo.
Problema: costruire in un piano l'arco capace di un dato angolo e avente gli estremi in due punti A e B assegnati.
Tracciato il segmento AB ed una semiretta AT che forma con AB un assegnato angolo , si traccia la perpendicolare ad AT nel punto A e poi l'asse del segmento AB. Sia O il punto intersezione di queste due rette (che si incontrano in quanto perpendicolari a rette incidenti). Ebbene l'arco capace del segmento AB è l'arco di circonferenza di centro O e raggio OA, posto dalla parte opposta di AT rispetto ad AB Infatti, tutti gli angoli alla circonferenza inscritti in questo arco sono tutti congruenti all'angolo BAT poiché insistono sullo stesso arco ACB su cui insiste l'angolo BAT.
Questa costruzione si può costruire a partire dalla semiretta AT' simmetrica di AT rispetto al segmento AB ; vi è perciò un secondo arco capace dello stesso angolo . Questi due archi appartengono a due diverse circonferenze tranne il caso in cui l'angolo BAT è retto.





Particolarmente importanti sono i centri isogonici dei triangoli . Per individuare il centro isogonico di un triangolo, punto interno al triangolo che vede i lati del triangolo secondo angoli di 120° , si usa la costruzione effettuata da Torricelli. Esternamente al triangolo si costruiscono i triangoli equilateri ACD, BCF ed ABE;

i segmenti AF , BD e CE si incontrano nel punto T che è il centro isogonico del triangolo ed è chiamato “punto di Torricelli” .



Si può dimostrare che i segmenti AF, BD e CE sono congruenti fra loro e quindi il triangolo DEF sarà equilatero con il punto T che è il suo centro : è per questo che da T si vedono i tre lati del triangolo ABC secondo angoli di 120°.
Per la dimostrazione si utilizza il teorema di Carnot. Posto $B\hat{A}C = \alpha$, $A\hat{B}C = \beta$ e $B\hat{C}A = \gamma$ e indicate con, b e c le misure dei lati BC, AC ed AB rispettivamente, si applica il suddetto teorema ai triangoli ABF , ACF, ACE, CBE, ABD, BCD ottenendo le uguaglianze :

$$AF^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma + 60°)$$

$$AF^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta + 60°)$$

$$CE^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha + 60°)$$

$$CE^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma + 60°)$$

$$CD^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha + 60°)$$

$$CD^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta + 60°)$$

Dal confronto di queste uguaglianze segue che AF = CE = CD .
Si può dimostrare anche che il punto T è il punto per il quale è minima la somma S = TA + TB + TC delle distanze dai vertici del triangolo ABC.

Il conoide di Torricelli

Notevoli furono i risultati raggiunti da Torricelli applicando il “metodo degli indivisibili”, introdotto da Bonaventura Cavalieri, altro suo contemporaneo con cui collaborò in un clima di stretta amicizia. Dopo la morte di Galilei, Cavalieri scrisse a Torricelli :

“…Io sarò sempre (suo)*ammiratore…goderò che ella vada segnalandosi con le sue gloriose fatiche e che ella si mostri ben degno seguace delle pedate di Gali-*

leo,meraviglia degl'ingegni dei nostri tempi. E poiché mi è mancato in cotesto luogo un amico, padrone e maestro d'incomparabil valore et affetto,mi consolerò facendo conto che dalle ceneri di questa unica fenice sia risorto unaugello poco da quello dissomigliante…"

Il metodo degli indivisibili anticipa il calcolo infinitesimale che avrà Newton e Leibniz fra i principali protagonisti. A compiere il primo passo in questo ambito fu Keplero con la sua opera *Nova stereometria doliorum*, pubblicata nel 1615; in essa sviluppò considerazioni di tipo infinitesimale e calcolò i volumi di alcuni solidi complicati mediante la loro suddivisione in un numero tendente all'infinito di corpiccioli piccolissimi, infinitesimi appunto.
Il secondo importantissimo passo fu quello compiuto proprio da Cavalieri con il suo metodo degli indivisibili, basato sulla concezione che le linee constano di un numero infinito di punti, le aree di infinite linee, i solidi di infinite superfici. Le obiezioni a questo metodo non mancarono e portarono ad accesi dibattiti sull'infinito tra i matematici del tempo.
L'idea fondamentale alla base del metodo degli indivisibili è quella di considerare una superficie piana come composta dalla totalità delle corde intercettate dalla superficie su un fascio di rette parallele e similmente un volume dalla totalità delle superfici parallele intercettate da piani paralleli:

"Se due superfici piane disgiunte intercettate dallo stesso fascio di rette parallele formano corde tra loro uguali a due a due, allora le due superfici hanno la stessa area; analogamente se due solidi disgiunti intercettati dallo stesso fascio di piani paralleli formano superfici tra loro uguali a due a due, allora i due solidi hanno lo stesso volume."

Cavalieri tentò di giustificare i suoi principi in due modi diversi: nel primo di questi le figure vengono considerate come *fluenti* attraverso il moto (*flussione*) dei loro indivisibili, mentre nel secondo fa appello più direttamente alla nozione di infinitesimo.
Nel primo, le superfici e i corpi possono essere immaginati come generati dal moto di una linea o di una superficie; quindi una figura piana può essere concepita come un tessuto formato da fili o da segmenti rettilinei, tutti tra loro paralleli, e una figura solida come un libro, vale a dire come costituita da tanti fogli paralleli. Quei fili e quei fogli sono appunto gli indivisibili.
Torricelli adottò il metodo di Cavalieri in modo geniale, applicandolo agli indivisibili curvi. Il principio base è quello di stabilire l'equivalenza tra due figure una delle quali a contorno curvilineo e l'altra no verificando che ogni trapezoide infinitesimo dell'una è equivalente al quadrangolo infinitesimo della seconda.
Torricelli calcolò inoltre, in parallelo al professore dell'università di Cambridge Isaac Barrow, numerosi casi di derivazione e integrazione di velocità rappresen-

tate graficamente mediante tangenti a curve di funzioni date; tuttavia nessuno dei due giunse mai ad elaborare un metodo matematicamente valido e riconosciuto, come avrebbe fatto invece, di lì a pochi anni, Newton. Comunque l'influenza delle sue considerazioni fu grande per lo sviluppo dell'Analisi Infinitesimale e Leibnitz scrisse a tal proposito:

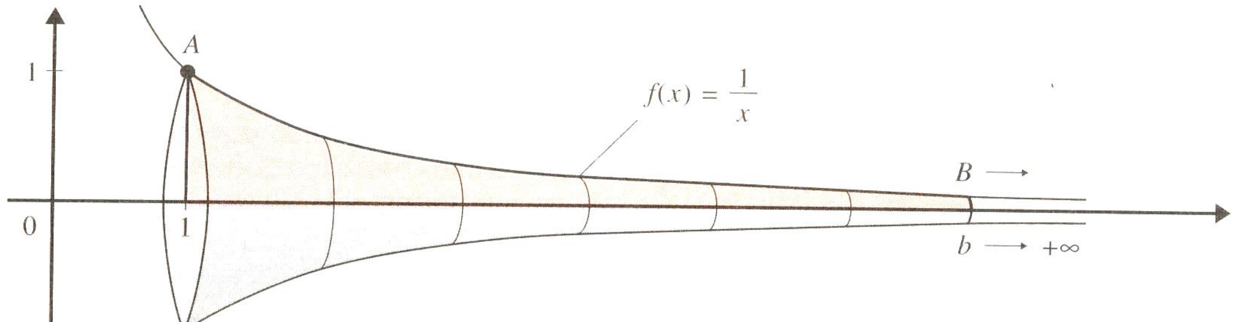
"della geometria più sublime furono iniziatori e promotori, ed operarono valorosamente in essa Cavalieri,Torricelli ; altri poi,giovandosi dei loro soccorsi si fece più innanzi"

Sul metodo degli indivisibili Torricelli, nelle sue Lezioni accademiche, si esprimeva in questi termini :

la nuova teoria degli indivisibili va per le mani dei dotti come miracolo di scienza, e per essa ha imparato il mondo che i secoli di Archimede e di Euclide furono gli anni d'infanzia per la scienza della nostra adulta geometria.

Una delle scoperte che rendevano particolarmente fiero il nostro scienziato era il calcolo del volume di un solido particolare, quello generato dalla rotazione di un'area infinita, che però può essere finito .
E' la particolare curva di equazione : $xy = k$, l'iperbole equilatera riferita agli asintoti che, intersecata da una retta parallela all'asse delle ordinate, delimita un'area .
Questa, ruotando attorno all'asse delle ascisse (o delle ordinate) genera il cono indefinito che ha volume finito, fra l'altro uguale a π . Poiché il solido di rotazione di Torricelli ha una superficie di area infinita e un volume finito , il volume di un liquido contenuto in questo strano contenitore è finito, mentre la quantità di vernice necessaria per dipingerne la superficie è infinita, dunque è un recipiente che si può riempire ma non si può dipingere.

"[…]E se si propone di considerare un solido oppure una figura piana infinitamente estesa ciascuno pensa subito che una figura di questo genere debba essere di grandezza infinita. Eppure esiste un solido di grandezza infinita ma dotato di una sottigliezza tale che per quanto prolungato all'infinito non supera la mole di un piccolo cilindro. Esso è il solido generato dall'iperbola…"



Conoide di Torricelli: solido rotondo dalla punta "acutissima", che si estende all'infinito, ma il cui volume è uguale al numero finito π.

Poco prima della sua morte Torricelli studiò anche la curva logaritmica; i logaritmi erano già stati introdotti circa trenta anni prima ma la prima rappresentazione cartesiana della curva si deve molto probabilmente a lui. Torricelli calcolò l'area delimitata dalla curva, dal suo asintoto, e da una ordinata e calcolò anche il volume del solido ottenuto dalla rotazione di tale curva attorno all'asse delle ascisse .