

premio  
**Cesare Cancellieri**  
IV EDIZIONE, 2014

**Sezione C: giochi matematici, logici e linguistici**

**Rubicon River**  
**Svolgo o Scompongo**

**Aluni** che hanno presentato il lavoro: Alessia Avallone e Gaia Pardo (1<sup>^</sup>H); Arianna Boriani e Giorgia Furlan (2<sup>^</sup>H); Nicolò Bartelle (3<sup>^</sup>H); Fabio Virecci e Marta Foschi (1<sup>^</sup>S); Felicia Adelchino, Giulia Contessa, Giorgia Lainati, Sabrina Lenarduzzi e Claudia Seregni (2<sup>^</sup>S); dell'IISS "Carlo Emilio Gadda" di Paderno Dugnano, MI.

**Referente:** Grazia Pia Trisolini

## Idea di fondo del progetto

*“Se ascolto dimentico,  
se vedo ricordo,  
se faccio capisco”*

*Confucio 541-479 a. c.*

*“Fatto così, non è difficile!”* Sono queste le prime parole che si sentono nell’ora di matematica quando gli allievi cominciano a giocare. Il gioco denominato “Rubicon River” è uno strumento didattico facilitatore messo a punto all’Istituto di Istruzione Superiore Statale “C. E. Gadda” di Paderno Dugnano, dalla prof.ssa Grazia Trisolini in collaborazione con i propri allievi e con il prezioso contributo delle colleghe prof.sse Patrizia La Grassa e Cecilia Cornali che lo hanno testato nelle loro classi. Il kit permette agli allievi, intanto che giocano in piena autonomia, di acquisire competenze sui prodotti notevoli e sulle scomposizioni in fattori dei polinomi, senza ricadere in apprendimenti di tipo mnemonico, come spesso accade col percorso tradizionale.

Per esempio, nel gioco, l’espressione  $(X+A)(X+B)$  ha per modello un rettangolo di lati  $X+A$  e  $X+B$  mentre l’espressione:  $X^2 + (A+B)X + AB$  è una figura composta dalla somma di un quadrato di lato  $X$ , un rettangolo di lati  $A+B$  e  $X$  e un rettangolo di lati  $A$  e  $B$ .

L’allievo constata che il rettangolo e la figura composta sono equivalenti e deduce che le due espressioni algebriche sono uguali, cioè costituiscono un’unica formula:

$$(X+A)(X+B) = X^2 + (A+B)X + AB$$

## Gli obiettivi del progetto

Promuovere negli studenti un approccio creativo allo studio e alla comprensione della matematica.

Favorire un approccio alla matematica come attività del pensiero e non come un complesso astratto di regole, formule e risultati.

Sviluppare le capacità di intuire, progettare, ipotizzare, dedurre, controllare e verificare i fenomeni della realtà.

Scoprire le regole del calcolo polinomiale attraverso il disegno e la costruzione di modelli geometrici.

Con riguardo agli obiettivi previsti dalla programmazione d'Istituto:

<b>COMPETENZE</b>	<b>ABILITA'</b>	<b>CONOSCENZE</b>
<p><b><u>ALGEBRA</u></b></p> <p>Trasformare le procedure del calcolo algebrico in procedure geometriche</p>	<p><b><u>ALGEBRA</u></b></p> <p>Padroneggiare l'uso delle lettere come costanti, come variabili e come strumento per scrivere formule e rappresentare relazioni.</p> <p>Riconoscere e saper calcolare i diversi prodotti notevoli.</p> <p>Saper fattorizzare un polinomio.</p>	<p><b><u>ALGEBRA</u></b></p> <p>I polinomi.</p> <p>I prodotti tra i polinomi e le scomposizioni in fattori dei polinomi.</p>
<p><b><u>GEOMETRIA</u></b></p> <p>Confrontare e analizzare figure geometriche.</p> <p>Ragionare correttamente e sviluppare semplici dimostrazioni.</p> <p>Individuare invarianti e relazioni di figure geometriche</p>	<p><b><u>GEOMETRIA</u></b></p> <p>Eeguire semplici costruzioni geometriche.</p>	<p><b><u>GEOMETRIA</u></b></p> <p>Congruenza di superfici e di volumi</p>
<p><b><u>INGLESE</u></b></p> <p>Comprendere l'essenziale di testi scritti di uso corrente legati alla sfera matematica</p>	<p><b><u>INGLESE</u></b></p> <p>Leggere e comprendere semplici testi attinenti ad argomento matematico</p>	<p><b><u>INGLESE</u></b></p> <p>Lessicali: vocaboli ed espressioni legate ad argomento matematico</p>

## I contenuti del progetto

**Un video di presentazione del kit Rubicon River** per giocare a Svolgo o Scompongo, realizzato in Italiano dall'allieva Giorgia Fiorani della classe 3<sup>A</sup>H, nel giugno 2014;

**18 video tutorial in Italiano** con esempi di gioco realizzati dagli allievi delle classi 3<sup>A</sup>H Linguistico e 3<sup>M</sup>-3<sup>N</sup> Grafico, nel giugno 2014;

**6 video tutorial in Italiano** che mimano errori commessi dai giocatori realizzati dagli allievi della classe 3<sup>A</sup>H Linguistico, nel giugno 2014.

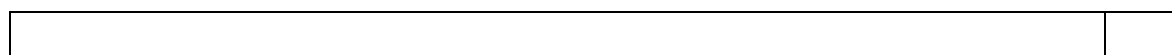
Tutti i video sono visionabili nel sito: [www.RubiconRivergame.com](http://www.RubiconRivergame.com)

**Un video di presentazione del kit Rubicon River in Inglese** per giocare a Svolgo o Scompongo, a cura della Madre Lingua **prof.ssa Joanne De Sensi** e dell'allieva Giulia Panetta della classe 3<sup>A</sup>H, realizzato nel giugno 2014:

<http://www.youtube.com/playlist?list=PLWCv0RdSuRFHOaWpOvexC7jhcpaeUDDzE>

**3 video tutorial in Inglese** con esempi di gioco a cura della Madre Lingua **prof.ssa Joanne De Sensi** e degli allievi della classe 3<sup>A</sup>H, anche questi realizzati nel giugno 2014:

<http://www.youtube.com/playlist?list=PLWCv0RdSuRFEUPnwulrQQ3UD4IZKBT7v>



## Metodologia utilizzata

Brevi lezioni frontali; metodo induttivo e logico deduttivo; esercitazioni guidate, lavori di gruppo, sessioni di gioco. Per migliorare il metodo di studio e le capacità di deduzione logica, si è insistito sull'uso del linguaggio logico-matematico e sulla scoperta delle regole attraverso il disegno e la costruzione di modelli geometrici.

Il metodo è descritto in dettaglio attraverso dei video tutorial realizzati dalla prof.ssa Grazia Trisolini e visionabili nel sito: [www.scomposizionepolinomi.com](http://www.scomposizionepolinomi.com)

## Descrizione del percorso didattico

QUANDO	CHI	COSA	COME
Gennaio - Marzo 2013	Prof. Trisolini; classi 1 <sup>^</sup> H, 2 <sup>^</sup> H Linguistico; 1 <sup>^</sup> S e 2 <sup>^</sup> S Scientifico	<b>Costruzione dei modelli</b>	Utilizzando materiali vari, anche di recupero



Aprile 2013	Prof. Trisolini; classi 2 <sup>^</sup> H Linguistico 2 <sup>^</sup> S scientifico	<b>Messa a punto delle regole del gioco</b>	Attraverso brain storming
-------------	--	---	---------------------------

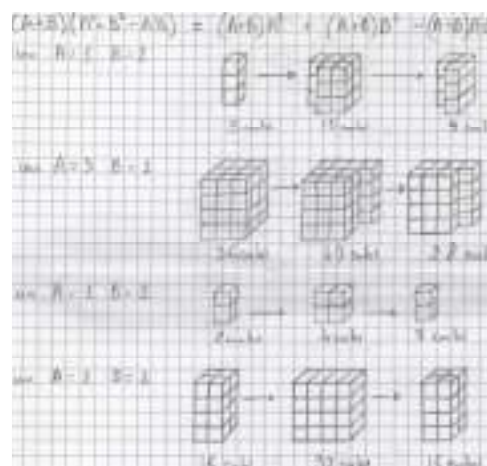
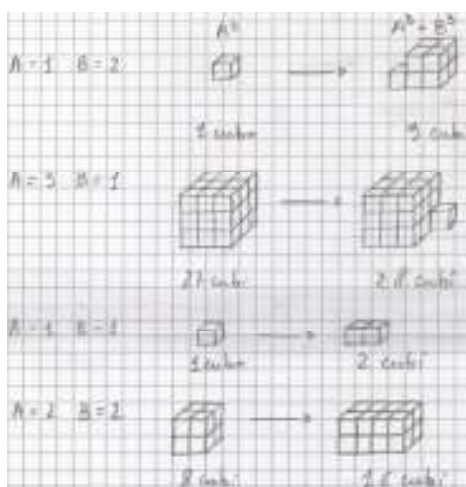
### SVOLGOSCOMPONGO

**Origini:** è un gioco per comprendere e memorizzare, ridendo e scherzando, le regole base delle scomposizioni in fattori dei polinomi. Particolarmente indicato dai 10 ai 15 anni.

**In quanti si gioca:** in tre, a turno due giocano e uno svolge il ruolo di arbitro.  
**Con quali oggetti:** 25 quadrati, 64 cubi uno dei quali funge anche da dado, 10 schede gialle (scomposizioni), 10 schede verdi (sviluppi), una clessidra da 5 minuti, un libretto delle soluzioni

scompongo	svolgo
$X(A + B)$	$AX + BX$
$(A + B)(X + Y)$	$AX + AY + BX + BY$
$(A + B)(A - B)$	$A^2 - B^2$
$(A + B)^2$	$A^2 + 2AB + B^2$
$(A - B)^2$	$A^2 + B^2 - 2AB$
$(A + B)^3$	$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
$(A - B)^3$	$A^3 + 3AB^2 - 3A^2B - B^3$
$(A + B)(A^2 + B^2 - AB)$	$A^3 + B^3$
$(A - B)(A^2 + B^2 + AB)$	$A^3 - B^3$
$(X + A)(X + B)$	$X^2 + (A + B)X + AB$

QUANDO	CHI	COSA	COME
Maggio 2013	prof Trisolini; classi: 1^H e 2^H Linguistico; 1^S e 2^S Scientifico	<b>Tutte le soluzioni del gioco</b>	Disegnando in classe



Settembre 2013	Hellatron spa Milano	<b>Produzione del prototipo</b>	Fabbricato in Cina
----------------	-------------------------	-------------------------------------	--------------------



QUANDO	CHI	COSA	COME
Gennaio 2014	La giornalista Silvia Gissi de "Il Notiziario"	<b>Articolo su "Il Notiziario" di Padero Dugnano</b>	Osservazione diretta e interviste di docente e allievi



Febbraio 2014	Hellatron spa	<b>Consegna dei Kit</b>	Tramite corriere
Marzo 2014	Proff. Trisolini, Cornali, La Grassa e le loro 7 classi	<b>Utilizzo in classe del kit</b>	Sessioni di gioco
Aprile 2014	1^H-2^H Linguistico; 1^S e 2^S Scientifico; 1^M-1^L Grafica e Comunicazione; 1^A Amministrazione e Marketing	<b>Individuazione degli errori di stampa nel manuale</b>	Prove di gioco
Aprile - Maggio 2014	Hellatron spa Milano	<b>Ristampa del Manuale corretto</b>	Recapito via mail



QUANDO	CHI	COSA	COME
3-14 Giugno 2014	Proff. Trisolini e De Sensi; classi: 3^H Linguistico; 3^M e 3^L Grafica e Comunicazione	<b>Realizzazione dei video tutorial in Italiano e in Inglese</b>	Durante la Learning Week: Playing Maths del giugno 2014
Settembre - Ottobre 2014	Prof. Trisolini	<b>Divulgazione in altre scuole</b>	Contatti diretti o via mail con docenti di altre scuole

### **Ricaduta sugli allievi nel processo di apprendimento**

**Durante l'anno scolastico 2013-2014**, le classi coinvolte dalla ricaduta del progetto sono state 10: 1^H, 2^H, 3^H del Liceo Linguistico; 1^S, 2^S del Liceo Scientifico; 1^A Tecnico Amministrazione Finanza e Marketing; 1^M, 1^L, 3^M 3^L del Tecnico Grafica e Comunicazione.

**Considerazioni della prof.ssa Cecilia Cornali** delle classi 1^M e 1^L del Gadda:

- Nelle prime dell'Istituto Tecnico Grafica e Comunicazione si è utilizzato il kit Rubicon River per presentare i prodotti notevoli e le scomposizioni in modo meno manualistico, ma più concreto. Dopo la prima fase "di gioco", i risultati sono stati incoraggianti e indubbiamente positivi. Il docente ha potuto osservare che gli alunni cambiano il modo di affrontare questa parte di programma, lavorano con oggetti bi e tridimensionali e aumentano la loro capacità di visualizzare oggetti nello spazio. Per esempio,  $(A+B)^2$  non è più solo un numero elevato alla seconda, ma un quadrato di lato A+B. Naturalmente ci sono alunni con difficoltà pratiche che faticano a costruire i modelli, ma ho notato che alcuni studenti con grosse difficoltà di calcolo sono riusciti comunque ad affrontare gli argomenti in modo proficuo.

**Considerazioni della prof.ssa Patrizia La Grassa** della classe 1^A del Gadda:

- Nella prima dell'Istituto Tecnico Amministrazione e Marketing, gli allievi hanno guardato con diffidenza il materiale contenuto nella scatola del 'Rubicon River', ma dopo aver preso visione del manuale e seguito con scrupolo le regole del gioco, hanno potuto constatare come le regole sulle scomposizioni e sullo sviluppo dei polinomi hanno uno stretto legame con la costruzione di modelli



geometrici, nel piano e nello spazio. E' noto quanto sia ostico l'argomento ma il passaggio dalla teoria all'applicazione pratica con oggetti semplici: quadrati e cubi, hanno reso concreto e divertente il loro sapere sull'algebra letterale e numerica. Tanta fatica ma anche grande soddisfazione!

**Considerazioni della prof.ssa Grazia Trisolini** delle classi 1^S, 1^H, 2^H, 3^H del Gadda:

- Come sanno tutti i docenti di matematica e tutti coloro che hanno frequentato una scuola superiore, l'argomento "prodotti notevoli e scomposizioni in fattori dei polinomi" è davvero ostico.

A tale proposito, la mia esperienza d'insegnante in classi sia liceali che tecniche è stata per anni molto deludente. Gli allievi non riescono a memorizzare tutte le 20 formule; le confondono una con l'altra e non riescono ad abbinarle correttamente; appena ne imparano una nuova, dimenticano quella già appresa; spesso il massimo che riescono a fare è applicare, a semplici esercizi, la singola regola oggetto di studio. Chiedere loro di risolvere esercizi che prevedano l'uso di più formule, è fallimentare. Fatta eccezione per alcuni allievi del Liceo Scientifico, dopo qualche mese nessuno ricorda più nulla dell'argomento, come se non fosse mai stato trattato. Negli anni seguenti gli allievi ricadono in false idee preconcepite continuando imperterriti a credere e a scrivere che il quadrato di un binomio sia uguale alla somma dei quadrati di due monomi  $(A + B)^2 = A^2 + B^2$  e che il cubo sia uguale alla somma di due cubi  $(A + B)^3 = A^3 + B^3$ , continuano a non ricordare, né tanto meno a credere che le formule corrette siano invece:

$$(A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$$

$$(A + B)^3 = A^3 + B^3 + 3A^2B + 3AB^2$$

L'uso dei modelli geometrici ha operato un cambiamento radicale.

Gli allievi coinvolti nel presente progetto durante l'anno scolastico 2013/2014, appartenevano alle classi 1^S del Liceo Scientifico e 1^H, 2^H, 3^H del Liceo Linguistico, per un totale di 103 allievi.

Tutti hanno memorizzato le 20 formule e sono stati in grado di enunciarle e abbinarle correttamente. In caso di errore è stato più facile farlo loro notare, attraverso i modelli geometrici, che hanno permesso di eradicare le false convinzioni.

Quest'anno tutti gli allievi ricordano ancora le formule e non hanno perso le competenze acquisite. Inoltre ricordano volentieri e con piacere il percorso didattico affrontato, considerandolo gratificante ed efficace.

## **I commenti degli allievi che hanno usato il kit Rubicon River nell'a. s. 2013/14**

### **Allievi di prima Liceo Scientifico**

Sabrina L. *L'apprendimento dei prodotti notevoli sotto forma di gioco è stato agevolato da un buon lavoro di gruppo, infatti il coinvolgimento tra noi coetanei è stato d'aiuto per memorizzare le formule in maniera più divertente perchè, per vincere, si era più motivati a ricordare il maggior numero di scomposizioni.*

*Non avrei mai pensato di poter imparare così facilmente alcuni aspetti della matematica.*

Riccardo G. *A me è stato utile perché una normale lezione dell'argomento sarebbe stata certamente più noiosa che giocare. Giocando secondo me ho tenuto un livello di concentrazione più alto poiché il gioco prevedeva una competizione tra tre alunni e quindi gli alunni hanno imparato più velocemente e divertendosi.*

Marianna L. *Un mio punto di forza sono state le scomposizioni in fattori dei polinomi; oltre ad averle capite, le ho trovate molto piacevoli e allo stesso tempo divertenti.*

### **Allievi di prima Liceo Linguistico**

Giorgia F. *Un punto di forza è stato il gioco dei cubetti per quanto riguarda la memorizzazione e la costruzione dei modelli.*

Alessandra F. *Mi è piaciuto l'uso dei cubetti poiché ho imparato e capito l'argomento più velocemente.*

Naresh T. *Il metodo dei cubetti è stato interessante, difficile a volte, ma anche divertente.*

Sara M. *Mi è piaciuto molto il gioco dei cubetti che mi ha fatto capire meglio le espressioni ed è stato allo stesso tempo divertente.*

Sara P. *Mi sono trovata bene con l'uso dei cubetti e li trovo utili.*

Leonardo B. *Ho trovato utile il gioco Rubicon River e non ho usufruito dello sportello help.*

Daniel G. *Ho trovato molto interessanti i monomi e i polinomi perché mi veniva molto più facile imparare usando il Rubicon River.*

## Allievi di terza Liceo Linguistico

Manuela B. *Lo scorso anno scolastico abbiamo adottato un metodo un po' particolare a parer mio; abbiamo utilizzato dei cubetti in legno per comprendere meglio la matematica. Li usavamo per capire approfonditamente in cosa consisteva l'argomento trattato. Spero di riutilizzare i cubetti perché mi sono trovata molto bene e sono stata in grado di capire veramente.*

Chiara B. *Il gioco Rubicon River mi ha aiutato molto a capire l'argomento riguardante monomi-binomi-trinomi e soprattutto mi ha aiutato a memorizzare le formule e ad abbinare gli svolgimenti e le scomposizioni.*

Federica T. *I prodotti notevoli sono uno dei miei lavori meglio riusciti.*

Roberta M. *Mi sento abbastanza sicura sull'algebra e penso che sia dovuto anche all'uso di Rubicon River durante le lezioni.*

Riccardo S. *L'anno scorso ho provato molto interesse nello svolgimento del lavoro con il kit Rubicon River perché era un modo interessante e divertente per imparare la matematica, senza troppe complicazioni o difficoltà.*

Greta V. *Secondo me hanno agevolato l'interesse alla lezione gli esercizi con il Rubicon River che servivano ad apprendere l'argomento, ma con un metodo anticonvenzionale quindi a mio parere più leggero e meno noioso.*

Nicolò B. *Uno dei miei punti di forza dell'anno scorso riguarda i prodotti notevoli.*

