
EVCLIDE MEGARENSE
·ACVTISSIMO PHILOSOPHO,
SOLO INTRODVTTORE DELLE
SCIENTIE MATHEMATICE.
DILIGENTEMENTE RASSETTATO, ET ALLA
integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie
Nicolò Tartalea Brisciano.
SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.
CON VNA AMPLA ESPOSITIONE
dello istesso tradottore di nuouo aggiunta.
TALMENTE CHIARA, CHE OGNI MEDIOCRE
ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun'altra scientia
con facilità serà capace a poterlo intendere.
IN VENETIA, Appresso Giouanni Bariletto. 1569.

CONCORSO
EUCLIDE- SCUOLA 2014
"COME SAREBBE LA NOSTRA VITA SENZA LA MATEMATICA"

EUCLIDE. GIORNALE DI MATEMATICA PER I GIOVANI

La datazione dei reperti archeologici

Alunni: Classe V A Programmatori Mercurio sez. Tecnico Economico,
I.I.S. “A. Guarasci” Rogliano (CS)

- CONVERTINI DOMENICO
- DODARO DAVIDE
- DOMANICO MICHELA
- FRANCAVILLA RAFFAELLA
- FUOCO CARMELA
- FUOCO DEBORA
- GALLO ALESSANDRO ANTONIO
- GAROFALO GIAMPIERO
- GARRITANO ROBERTA
- GUIDO EMANUELA
- IACOE MARIA
- MARINO FRANCESCA
- PASCUZZO SALVATORE
- PORCO BRUNO
- RIZZO MARIANGELA
- ROTA MARTINA
- TIANO ROSY
- TOSTI GIANMARCO
- VIA ARIANNA
- VIZZA GABRIELE

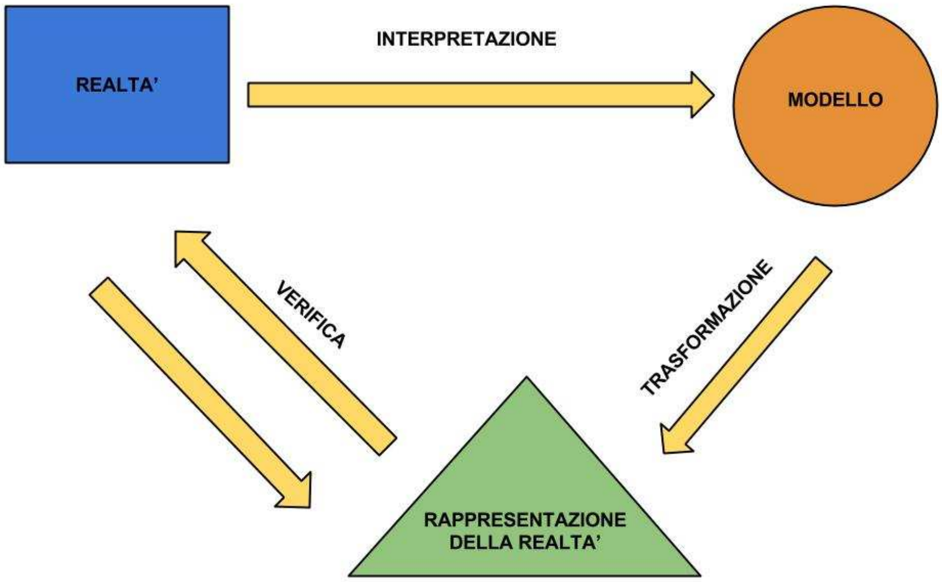
Docente referente: Prof.ssa Rosa Marincola docente d’informatica

INTRODUZIONE

La matematica la ritroviamo nella vita quotidiana, nella maggior parte delle nostre azioni la applichiamo meccanicamente senza rendercene conto e senza darle l'importanza che merita. Per noi studenti di un istituto tecnico economico è disciplina fondamentale, ma essa ha una forte valenza culturale perchè contribuisce alla formazione del pensiero razionale dell'uomo e sviluppa il ragionamento logico; per questo viene insegnata in tutti gli ordini di scuola.
Il linguaggio matematico è applicato in moltissimi settori: informatica, economia, astronomia, chimica, ingegneria, biologia, fisica, ecc. Se consideriamo l'informatica, per esempio, la ritroviamo nella costruzione degli algoritmi, utilizzati per la risoluzione di classi di problemi. Possiamo dire che il suo, è un linguaggio universale, un portale per acquisire e sistematizzare conoscenze vecchie e nuove.
Per alcuni è di semplice comprensione mentre altri trovano molte difficoltà e il primo approccio, spesso è determinante. Talvolta le difficoltà nascono da misconcetti che creano ostacoli difficili da superare, ma, dalla matematica, non si può prescindere, entra nella nostra vita nel momento in cui impariamo a contare dunque dobbiamo imparare ad utilizzarla al meglio. Una sua branca particolarmente affascinante che evidenzia il legame esistente tra matematica e realtà è la modellistica.

I MODELLI

La modellistica matematica occupa, attualmente, un ruolo fondamentale in tutte le discipline scientifiche quali ad esempio l'ingegneria, la biologia e la biomedica. In questi ambiti la matematica non mette a diposizione solo l'apparato formale per la descrizione dei fenomeni ma è parte integrante del loro processo di sviluppo.
L'insegnamento della modellistica matematica, ha diverse finalità e obiettivi, sia cognitivi che formativi, tra i quali: favorire negli studenti lo sviluppo dello spirito critico e delle capacità di comprendere e interpretare fenomeni reali; scoraggiare l'apprendimento mnemonico; promuovere l'utilizzo di strumenti informatici ed evidenziarne la valenza educativa. La modellistica matematica, dunque, prevede una forte interdisciplinarità con materie.
La modellizzazione di un problema è il risultato grafico e schematico ottenuto grazie a un processo di astrazione compiuto dal problema stesso. La creazione di un modello inizia con lo studio del fenomeno nella realtà; le osservazioni che emergono dall'analisi del problema, vengono interpretate per coglierne gli aspetti più importanti. Una volta costruito il modello, esso viene testato e si effettuano dei controlli per verificare se i risultati ottenuti corrispondono con quelli attesi, in caso negativo occorre apportare delle modifiche per migliorarlo.



I modelli simbolici o matematici forniscono una rappresentazione astratta della realtà d'interesse mediante un'equazione o un insieme di equazioni che legano le grandezze in gioco. Grazie alla matematica, utilizzando le equazioni differenziali, si può modellare, per esempio, il fenomeno della radioattività e la procedura di datazione dei reperti archeologici con il metodo del carbonio-14 (^{14}C).

RADIOATTIVITÀ

La radioattività è la transazione di alcuni nuclei atomici instabili verso uno stato avente energia minore, attraverso l'emissione di una o più particelle. L'atomo radioattivo si trasforma quindi in un altro atomo, che può essere a sua volta radioattivo oppure stabile. Gli isotopi instabili sono detti radioattivi.
Il carbonio-14 è un isotopo radioattivo ed è utilizzato per la datazione di fossili, rocce e reperti archeologici. Il momento esatto in cui un atomo instabile decade è assolutamente casuale, ma è stato sperimentato che dato un campione di un particolare isotopo, il numero di decadimenti rispetta una precisa legge statistica.
In media il numero di decadimenti in un intervallo di tempo dt è proporzionale al numero N(t) di atomi presenti.
Sia:

$N(t)$ = numero di atomi del campione di un isotopo all'istante $t > 0$;

λ = costante di decadimento dell'isotopo, rappresenta la probabilità che un atomo dell'isotopo decada in un secondo.

Allora per la definizione di probabilità si ha:

$$\lambda = (\text{atomi decaduti in un secondo})/N(t)$$

da cui si ricava che gli atomi decaduti in un secondo sono pari a $\lambda * N(t)$.
Di conseguenza, al tempo *t+h*, gli atomi decaduti saranno pari agli atomi presenti al tempo *t* diminuiti di quelli decaduti in *h* secondi:

$$N(t + h) = N(t) - h * \lambda * N(t)$$

da cui:

$$N(t + h) - N(t) = - h * \lambda * N(t)$$

dividendo entrambi i membri per *h* si ottiene il rapporto incrementale:

$$[N(t + h) - N(t)] / h = - \lambda * N(t)$$

e calcolando il limite per $h \to 0$:

$$\lim_{h \to 0} [N(t + h) - N(t)]/h = \lim_{h \to 0} [-\lambda \cdot N(t)]$$

si ottiene **l'equazione differenziale del decadimento radioattivo**:

$$N'(t) = -\lambda * N(t)$$

Indichiamo con N_0 il numero di atomi presenti nel campione all'istante iniziale $t = 0$
Poiché le equazioni differenziali non sono argomento di studio del nostro corso, ci siamo aiutati con il motore di conoscenza WolframAlpha e abbiamo ottenuto la soluzione cercata: $N(t) = N_0 * e^{-\lambda \cdot t}$ (1)

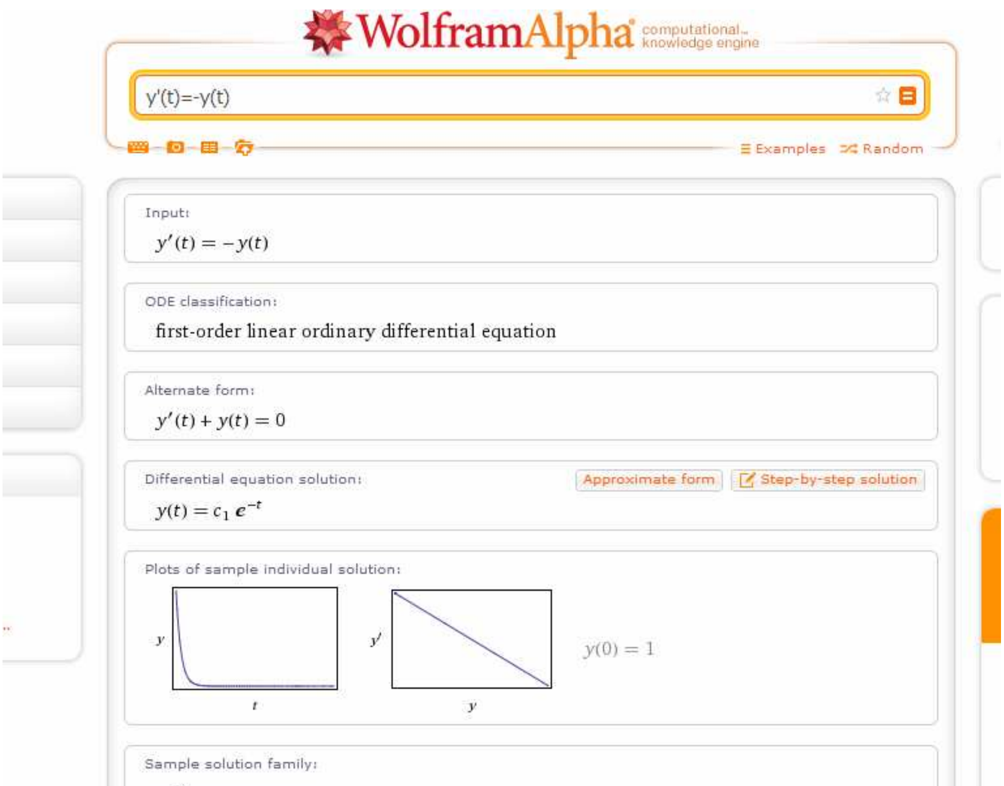


Figura 1: http://www.wolframalpha.com/

Il tasso di decadimento di una sostanza radioattiva è misurato per mezzo del tempo di dimezzamento *t*, o vita media, esso fornisce il tempo necessario affinchè la quantità di nuclei radioattivi si riduca della metà rispetto alla quantità originaria. Pertanto, indicando con N_0 la quantità iniziale del materiale radioattivo, con λ la costante di decadimento specifica del materiale e con *t* il tempo, si ha che il tempo di dimezzamento è:

$$N(t)= \frac{1}{2} N_0$$

e per la (1)

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 * e^{-\lambda \cdot t}$$

divideno per $N_0 > 0$ si ottiene

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot t}$$

passando ai logaritmi si ricava:

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda \cdot t}$$

e con semplici passaggi, utilizzando le proprietà dei logaritmi si ricava:

$$t= (\ln 2)/\lambda$$

DATAZIONE DEI REPERTI ARCHEOLOGICI

Nei materiali organici degli oganismi viventi il rapporto tra la quantità dell'isotopo radioattivo ^{14}C del carbonio e la quantità dell'isotopo non radioattivo ^{12}C è circa $1/10^{12}$.

Il metodo del ^{14}C permette di datare reperti di origine organica (ossa, legno, fibre tessili, semi, carboni di legno) di età compresa tra i 100 e i 50 000 anni. Questo metodo fu ideato tra il 1945 e il 1955 dal chimico statunitense Willard Frank Libby.

Quando l'organismo vivente muore, la quantità di ^{12}C rimane costante, mentre il ^{14}C continua a decadere secondo il suo periodo di dimezzamento, che è di circa 5700 anni.

Per stimare l'età di un reperto archeologico si può quindi misurare il rapporto *R(t)* tra le quantità dei due isotopi di carbonio presenti nei resti organici in funzione del tempo, che è dato dalla seguente relazione:

$$R(t) = (1/10^{12}) * 2^{-t/5700}$$

Passando ai logaritmi si ottiene:

$$-t/5700 = \log_2[10^{12} * R(t)]$$

e cambiando base si ottiene la formula:

$$t = -8223,4 * \ln [10^{12} * R(t)] \quad \text{anni.} \qquad (2)$$

Se ad esempio, si conosce che il rapporto tra i due isotopi presenti in un campione fossile è $R(t)=10^{-14}$ con la (2) si può calcolare:

$$t = -8223,4 * \ln(10^{12}*10^{-14}) \approx 37\,870.$$

CONCLUSIONI

In questo lavoro abbiamo presentato un'attività che ci ha particolarmente interessato perché da sempre ci incuriosiva conoscere in che modo fosse possibile stimare l'età di reperti molto antichi. Mediante una serie di ricerche sia in rete che su alcuni testi, ci siamo resi conto del fatto che equazioni, formule e proprietà (come quelle dei logaritmi), apparentemente lontane dalla vita quotidiana possano essere la chiave di lettura di numerosi fenomeni e forniscano degli strumenti per operare e ricavare preziose informazioni in tutti i campi. Una volta modellizzato il problema, grazie alle tecnologie, siamo riusciti a risolvere un tipo di equazione (differenziale) che attualmente non siamo in grado di risolvere, ma la cui soluzione ci ha dato la possibilità di proseguire nella nostra indagine. Ci siamo così resi conto di quanto sia importante studiare la matematica anche in futuro, per imparare nuove tecniche risolutive e padroneggiare procedure di calcolo più sofisticate con cui poter interpretare fenomeni reali.