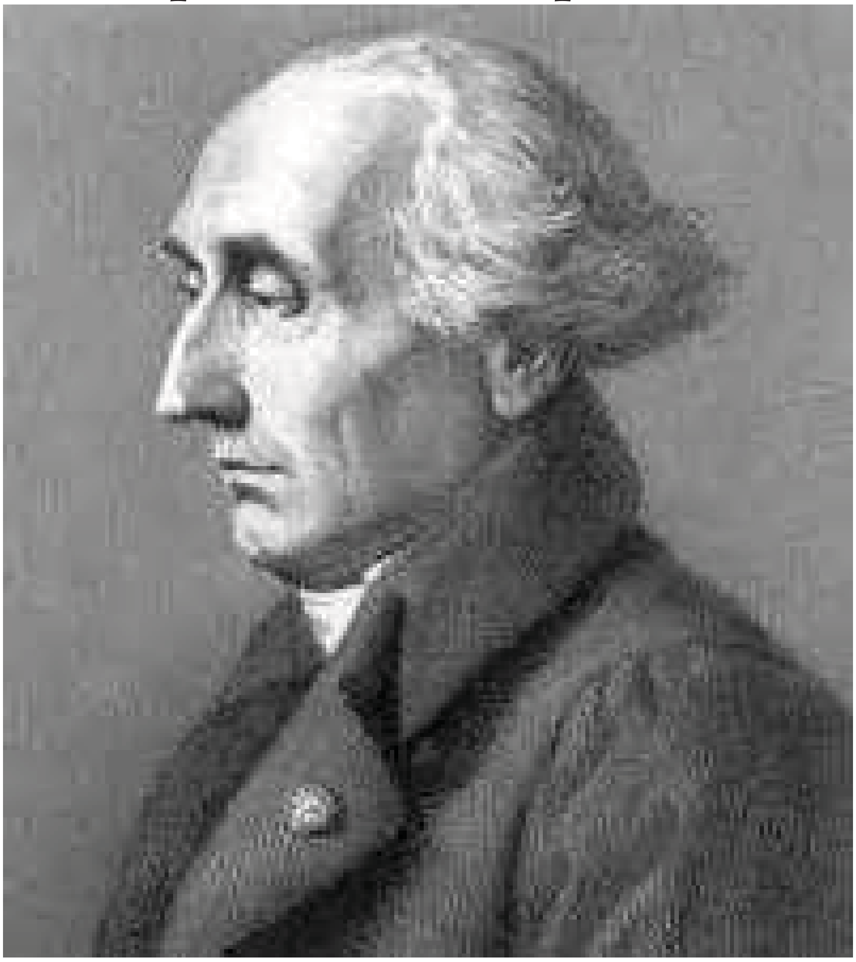
Joseph-Louis Lagrange

Nel secondo centenario dell'anniversario della morte

10 aprile 1813 – 10 aprile 2013



LAGRANGE

Un'alta piramide.

« Ignoro ».
J. L. Lagrange.

« Lagrange è l'alta piramide delle scienze matematiche »; questo è il ponderato giudizio di Napoleone Bonaparte sul più grande e modesto matematico del XVIII secolo, Giuseppe Luigi Lagrange che l'imperatore fece senatore, Conte dell'Impero e Grande Ufficiale della Legion d'Onore. Il re di Sardegna e Federico il Grande onorarono anch'essi Lagrange, ma con minor prodigalità di Napoleone.

Lagrange era di sangue francese e italiano, il primo in maggior proporzione. Suo nonno, capitano nella cavalleria francese, era entrato al servizio di Carlo Emanuele II, re di Sardegna, e istallandosi a Torino aveva preso in moglie una donna dell'illustre famiglia Conti. Il padre di Lagrange, Tesoriere di Guerra del regno Sardo, sposò Maria Teresa Gros, unica figlia di un ricco medico di Cambiano e ne ebbe undici figli; di questa numerosa discendenza, un figlio solo, il più giovane, sopravvisse oltre l'infanzia, e fu Giuseppe-Luigi, nato il 25 gennaio 1736. Il padre era ricco, ma era anche un incorreggibile speculatore, per cui all'epoca in cui il figlio avrebbe dovuto ereditare, tutta la fortuna della famiglia era ridotta a niente. Più tardi Lagrange considerò questo disastro come la fortuna della sua vita. « Se avessi avuto una ricca eredità, non mi sarei probabilmente occupato di matematica ».

Alla scuola, Lagrange s'interessò da principio ai classici e solo per caso sviluppò la passione per la matematica. Pur continuando gli studi classici, venne a conoscenza dei lavori di Euclide e di Archimede in geometria, ma non sembra che ne rimanesse oltremodo impressionato. In seguito, un lavoro di Halley, l'amico di Newton, che vantava la superiorità del calcolo differenziale e integrale sui metodi sintetici dei Greci, cadde nelle mani del giovane Lagrange che ne fu attirato e convertito. In tempo incredibilmente breve, imparò da solo ciò che si sapeva di analisi a quell'epoca. All'età di sedici anni (secondo Delambre la data non è esatta), Lagrange fu nominato professore di matematica alla Scuola Reale di Artiglieria a Torino: era il principio di una delle più brillanti carriere nella storia dei matematici.

Dall'inizio, Lagrange fu un analista e non divenne mai un geometra, tanto che vediamo in lui il primo esempio notevole di quella specializzazione che doveva diventare quasi una necessità nelle ricerche matematiche. Le sue preferenze per l'analisi appaiono nettamente nel suo capolavoro, la *Meccanica analitica*, di cui concepì il piano all'età di diciannove anni a Torino, ma che fu pubblicata soltanto nel 1788 a Parigi, quando Lagrange aveva cinquantadue anni. « Non c'è in quest'opera nessuna figura » egli dice nella prefazione; e nell'offrire semischerzosamente dei sacrifici agli dèi della geometria, fa notare che la meccanica può essere considerata come la geometria di uno spazio a quattro dimensioni, le tre coordinate cartesiane e una coordinata tempo, sufficiente per determinare lo stato di una molecola mobile nello spazio e insieme nel tempo; questo concetto non è altro che il modo di considerare la meccanica divenuto popolare dal 1915, quando Einstein l'ha utilizzata nella teoria della relatività generalizzata.

L'applicazione dell'analisi alla meccanica fatta da Lagrange segna la prima rottura completa con la tradizione ellenica. Newton, i suoi contemporanei, i suoi successori immediati trovavano che le figure erano utili per lo studio dei problemi di meccanica; Lagrange mostrò che si ottengono dei risultati di un'utilità e di una potenza incomparabilmente superiori se si impiegano fin dal principio dei metodi analitici generali.

A Torino, tutti gli allievi del giovane professore erano più attempati di lui. Questi non tardò a formare coi più capaci una Società di studi che dette origine all'Accademia delle Scienze di Torino. Il primo volume degli Atti di quest'Accademia apparve nel 1759, quando Lagrange aveva ventitré anni; si ammette generalmente che la maggior parte dei migliori lavori pubblicati in questo primo volume sotto diverse firme avessero per autore il modesto e discreto Lagrange. Un articolo firmato Foncenex era così bello che il re di Sardegna nominò il supposto autore al Ministero della Marina; gli storici della matematica si sono qualche volta meravigliati che il nome di Foncenex non sia comparso mai più dopo il suo primo successo in matematica.

Lagrange pubblicò sotto il suo nome uno studio sui massimi e minimi (il calcolo delle variazioni di cui abbiamo parlato nei capitoli IV e VIII), nel quale annunziò che avrebbe trattato a fondo questo soggetto in un'opera in cui avrebbe esposta tutta la meccanica, quella dei solidi come quella dei liquidi. Così dunque, a ventitré anni (e realmente più presto), Lagrange aveva concepito il suo capolavoro, la *Meccanica analitica*, che sta alla meccanica generale come la legge della gravitazione universale di Newton sta alla meccanica celeste. Dieci anni più tardi, scrivendo al matematico rancese d'Alembert (1717-1783), Lagrange dichiarò di considerare il lavoro della sua giovinezza, il calcolo delle variazioni, concepito quando aveva diciannove anni, come il suo capolavoro; per mezzo di questo calcolo, Lagrange unificò la meccanica e, secondo il motto di Hamilton, ne fece « una specie di poema scientifico ».

Il metodo di Lagrange, una volta capito, è quasi una banalità. Come alcuni hanno osservato, le equazioni di Lagrange che reggono la meccanica sono il più bell'esempio scientifico dell'arte di trarre qualche cosa dal nulla; ma, se riflettiamo un momento, vediamo che ogni principio scientifico il cui carattere di generalità unisce i vasti universi dei fenomeni, deve *necessariamente* essere semplice; un principio di estrema semplicità può dominare una moltitudine di problemi diversi che, anche esaminati da vicino, sembrano individuali e distinti.

Nello stesso volume degli Atti di Torino, Lagrange fece un altro importante passo avanti; egli applicò il calcolo differenziale alla teoria delle probabilità. E come se ciò non bastasse per questo giovane gigante di ventitré anni, superò Newton e se ne separò radicalmente nella teoria matematica del suono; egli mise questa teoria sotto la dipendenza della meccanica dei sistemi di molecole elastiche (piuttostoché della meccanica dei fluidi), studiando come si comportano tutte le molecole d'aria disposte in linea retta sotto l'azione di un urto trasmesso lungo la retta, di molecola in molecola. Nello stesso ordine generale d'idee, mise fine ad una controversia irritante, che era durata anni ed anni, fra i grandi matematici a proposito della messa in formula corretta del problema di una corda vibrante, questione d'importanza fondamentale per tutta la teoria delle vibrazioni. A ventitré anni, Lagrange era riconosciuto pari ai più grandi matematici dell'epoca, Eulero e i Bernouilli.

Eulero giudicava sempre molto generosamente i lavori degli altri; la sua maniera di agire verso il suo giovane rivale Lagrange è uno dei più begli esempi di disinteresse nella storia della scienza. Lagrange aveva diciannove anni quando mandò a Eulero alcuni dei suoi lavori; il celebre matematico ne riconobbe immediatamente i meriti e consigliò il giovane debuttante a continuare. Quando, quattro anni più tardi, Lagrange comunicò a Eulero il vero metodo per trattare i problemi degli isoperimetri (il calcolo delle variazioni di cui abbiamo parlato a proposito dei Bernouilli), Eulero, i cui metodi semigeometrici non erano riusciti a risolvere tali problemi, scrisse al giovane che il di lui nuovo metodo gli aveva permesso di sormontare le difficoltà che lo avevano arrestato fino a quel momento, e invece di pubblicare subito questa soluzione da tanto tempo cercata, la mise da parte finché Lagrange non ebbe pubblicato la sua, «in modo da non privarvi della parte di gloria che vi spetta».

Delle lettere private di encomio, per quanto lusinghiere potessero essere, non avrebbero in nessun modo aiutato Lagrange; comprendendolo molto bene, Eulero, nella sua opera apparsa dopo quella di Lagrange, fece una digressione per dichiarare che ad un certo momento del suo lavoro era stato fermato da difficoltà che aveva potuto superare solo quando Lagrange gliene aveva aperto le vie. Infine, Eulero fece eleggere il suo giovane amico membro straniero all'Accademia di Berlino (2 ottobre 1759), dove era il più giovane di tutti, non avendo che ventitré anni. Questo riconoscimento ufficiale fu molto utile a Lagrange nel suo paese. Eulero e d'Alembert avevano pensato di comune accordo di far andare Lagrange a Berlino; in parte per ragioni personali, essi desideravano di vedere il loro brillante giovane amico istallato a Berlino come matematico di Corte e dopo lunghi negoziati vi riuscirono; Federico il Grande, che fu leggermente menato per il naso in tutto quest'affare, ne provò una gioia infantile, d'altronde perfettamente giustificata.

Profitteremo qui dell'occasione per parlare un po' di d'Alembert, l'amico devoto e l'ammiratore generoso di Lagrange, non fosse che per far risaltare il piacevole contrasto di un lato del suo carattere nei riguardi dello snobismo di Laplace, di cui parleremo più tardi.

Giovanni Le Rond d'Alembert aveva preso il suo nome dalla piccola cappella di St.-Jean-le-Rond, vicina a Nostra Signora di Parigi. Figlio illegittimo del Cavaliere Destouches, d'Alembert era stato abbandonato dalla madre sui gradini della scala di St.-Jean-le-Rond. Le autorità municipali affidarono il bambino alla moglie di un povero vetraio, che curò il piccino come fosse stato suo e il cavaliere fu obbligato dalla legge a pagare per l'educazione del figlio naturale. Quando il genio di d'Alembert cominciò a manifestarsi, la vera madre, che sapeva dov'era, gli mandò a dire che lo avrebbe preso volentieri con sé. « Voi non siete che la mia matrigna », rispose il ragazzo; « la moglie del vetraio è la mia vera madre »; e con questo abbandonò colei che lo aveva generato, come lo aveva abbandonato. Diventato celebre, d'Alembert ebbe cura che la casa del vetraio non mancasse di niente; questi preferì restare nel suo umile alloggio e il suo figlio adottivo fu sempre altero di proclamarlo suo vero genitore.

Ci manca lo spazio per studiare d'Alembert a parte; segnaliamo soltanto che fu il primo a dare una soluzione completa dell'importante problema della precessione degli equinozi. Il suo lavoro più notevole in matematica pura concerne le equazioni differenziali parziali, particolarmente in connessione alle corde vibranti.

D'Alembert incoraggiò il suo giovane corrispondente Lagrange, troppo modesto, ad applicarsi a problemi difficili e importanti. Fece pure del suo meglio per ottenere che prendesse cura della sua salute, quando la propria era cattiva. Effettivamente, Lagrange si era guastato lo stomaco con un'alimentazione per niente igienica fra i sedici e i ventisei anni, e per tutta la vita fu obbligato a sottomettersi ad un regime severo, soprattutto nei periodi di eccessiva fatica intellettuale. In una delle sue lettere, d'Alembert rimprovera il giovane per il suo abuso di tè e di caffè allo scopo di tenersi sveglio; in un'altra, gli segnala lugubremente un recente libro di medicina sulle malattie degli intellettuali; a tutto ciò, Lagrange rispondeva gaiamente che stava bene e lavorava come un pazzo, ma alla fine questo sistema di vita gli costò caro dal punto di vista della salute.

Da un certo lato, la carriera di Lagrange forma un curioso parallelo con quella di Newton. La prolungata concentrazione su problemi superiori aveva stancato l'entusiasmo di Lagrange verso la metà della sua vita e, benché il suo spirito avesse conservato tutta la sua vigoria, egli era arrivato a considerare la matematica con indifferenza. Verso i quarantacinque anni, scriveva a d'Alembert: « Mi accorgo che la mia inerzia aumenta a poco a poco e non posso dire se fra dieci anni mi occuperò ancora di matematica. Trovo pure che la miniera è ormai troppo svuotata e, a meno che non si scoprano nuovi filoni, bisognerà presto o tardi abbandonarla ».

Quando scriveva queste parole, Lagrange attraversava un periodo di melanconia e di malattia; tuttavia esprimeva la verità per ciò che lo concerneva. L'ultima lettera di d'Alembert (settembre 1783) scritta un mese prima della sua morte, esprime un'opinione contraria a quella espressa nelle sue prime; egli consiglia a Lagrange il lavoro come il rimedio migliore al suo scoraggiamento: « In nome di Dio, non rinunciate al lavoro, la distrazione più forte per voi. Addio, forse per l'ultima volta. Ricordate qualche volta l'uomo che vi ha più amato e onorato al mondo ».

Fortunatamente per la matematica, la crisi di profonda depressione di Lagrange col suo inevitabile corollario, l'idea che nessuna conoscenza umana era degna del minimo sforzo, si produsse soltanto venti gloriosi anni dopo che d'Alembert ed Eulero ebbero concepito il progetto di far andare Lagrange a Berlino.

Fra i grandi problemi che Lagrange affrontò e risolvé prima del suo arrivo a Berlino, vi è quello della librazione della Luna. Perché questo satellite presenta sempre la medesima faccia alla Terra, con certe leggere e spiegabili irregolarità? Si tratta del famoso *problema dei tre corpi* (in questo caso particolare la Terra, il Sole e la Luna) che si attirano vicendevolmente secondo la legge del quadrato inverso delle distanze fra i loro centri di gravità. (Diremo di più su questo problema a proposito di Poincaré). Per la sua soluzione del problema della librazione, Lagrange ottenne il gran premio dell'Accademia delle Scienze di Parigi nel 1764, quando aveva appena ventotto anni.

Incoraggiata da questo brillante successo, l'Accademia propose un problema ancora più difficile, per il quale Lagrange ottenne il premio nel 1766. A quell'epoca non si erano scoperti che quattro satelliti di Giove, di modo che il sistema di Giove poneva un problema di sei corpi (il pianeta, il Sole e i suoi satelliti). La soluzione matematica *completa* del problema, sotto una forma adatta al calcolo pratico, supera i nostri mezzi, anche oggi, ma per lo meno Lagrange, usando metodi approssimativi, fece fare a questo problema un notevole progresso spiegando le irregolarità osservate.

Alle applicazioni di questo genere della teoria di Newton, Lagrange portò il maggiore interesse nel corso della sua vita attiva. Nel 1772 riportò ancora il premio dell'Accademia di Parigi per la sua memoria sul problema dei tre corpi; nel 1774 e nel 1778, ebbe altri successi coi suoi lavori sul movimento della Luna e le perturbazioni delle comete.

In seguito al primo grande successo, che destò molto rumore, il re di Sardegna, nel 1766, pagò a Lagrange, che aveva allora trent'anni, le spese di un viaggio a Parigi e a Londra; era deciso che avrebbe accompagnato l'ambasciatore di Sardegna a Londra, Caraccioli, ma a Parigi, in seguito ad un banchetto troppo copioso dato in suo onore, Lagrange si ammalò e fu obbligato a rimanere a Parigi; durante questo soggiorno, incontrò tutti i più famosi intellettuali del tempo, compreso l'abate Marie che doveva divenire più tardi un suo ragguardevole amico. Il banchetto in parola tolse a Lagrange il desiderio di restare a Parigi ed egli tornò in fretta a Torino appena gli fu possibile mettersi in viaggio.

Infine, il 6 novembre 1766, Lagrange fu calorosamente accolto a Berlino da Federico, « il più grande re d'Europa », come il monarca diceva modestamente di sé, che sarebbe stato onorato di avere alla sua Corte « il più grande matematico d'Europa ». Almeno l'ultima parte della frase era vera. Lagrange fu nominato direttore della sezione fisico-matematica dell'Accademia di Berlino e durante venti anni riempì ininterrottamente i volumi degli Atti dell'Accademia, con memorie su memorie, tanto più che non era obbligato a tenere dei corsi.

Al principio, il giovane direttore si trovò in una situazione un po' delicata. Naturalmente, i Tedeschi erano scontenti di vedersi passare avanti dagli stranieri ed erano portati a trattare le importazioni del loro re con qualche cosa meno di una fredda cortesia; diciamo pure che qualche volta il loro modo di fare era oltraggioso. Ma Lagrange, oltre ai suoi doni di matematico di prim'ordine, aveva un carattere calmo ed amabile e possedeva l'inestimabile qualità di saper tenere la bocca chiusa, quando era il caso. Nelle lettere confidenziali ai suoi amici, sapeva dire ciò che pensava, perfino a proposito dei Gesuiti che sembra non godessero le sue simpatie né quelle di d'Alembert, e nei suoi rapporti ufficiali alle Accademie su lavori scientifici diceva sinceramente tutto; ma nei contatti sociali si occupava dei suoi affari ed evitava di ferire la suscettibilità del prossimo, anche se l'attacco poteva sembrare giustificato. Finché i suoi colleghi non si furono abituati alla sua presenza, evitò di trovarsi sulla loro strada.

Questo saggio principio di tenersi in disparte da qualsiasi controversia fruttò a Lagrange una buona situazione a Berlino. Eulero non faceva che passare da una discussione filosofica o religiosa ad un'altra; Lagrange, quando si sentiva stretto troppo da vicino, cominciava col rispondere, secondo la sua formula sincera: « Ignoro! »; tuttavia, quando le sue intime convinzioni erano attaccate, sapeva difendersi coraggiosamente, portando le sue ragioni.

Tutto sommato, Lagrange godeva della simpatia di Federico, che era invece spesso irritato dalle lotte che sosteneva Eulero per certi problemi di filosofia, dei quali ignorava tutto. « Il nostro amico

Eulero » scriveva a d'Alembert, « è un gran matematico, ma un cattivo filosofo ». In un'altra occasione, a proposito delle pie effusioni di Eulero in veste di moralizzatore nelle famose *Lettere ad una principessa tedesca*, Federico attribuisce la qualifica di « classico » al «*Commento di Eulero sull'Apocalisse*», insinuando incidentalmente un'allusione all'errore commesso da Newton quando perse il gusto della filosofia naturale. « È incredibile », diceva Lagrange, « che Eulero abbia potuto essere così banale e puerile in metafisica », e parlando di sé stesso: « Ho un'avversione profonda per le dispute ». Quando, nelle sue lettere, si lasciava andare a filosofare, lo faceva con una punta inattesa di cinismo che non si ritrova mai nei lavori che pubblicò, come per esempio quando scriveva: « Ho sempre osservato che le pretese dell'uomo sono esattamente in ragione inversa dei suoi meriti; questo è uno dei miei assiomi di morale ». Religiosamente, Lagrange era, seppure era qualcosa, un agnostico.

Federico era felice del suo acquisto e passava cordialmente molte ore con Lagrange, esponendogli i vantaggi della vita regolare. Ciò che piaceva particolarmente a Federico nel carattere di Lagrange, era il suo visibile contrasto con quello di Eulero, di cui l'ostentata pietà e la mancanza totale della finezza propria del cortigiano lo irritavano; era arrivato fino a trattare il povero Eulero di « pesante ciclope matematico », perché Eulero aveva perduto un occhio. Riguardo a d'Alembert, il re si profondeva in ringraziamenti in prosa e in versi: « Grazie a voi ed alle vostre raccomandazioni, ho potuto sostituire, alla mia Accademia, un matematico orbo con un matematico fornito di due occhi, ciò che sarà particolarmente gradito alla sezione di anatomia ». Malgrado uscite di questo genere, Federico era un buon diavolo.

Poco tempo dopo essersi stabilito a Berlino, Lagrange pregò la giovane figlia di certi parenti di Torino di andare a raggiungerlo e la sposò. Esistono due versioni dell'avvenimento. Ecco la prima: Lagrange a Torino era vissuto nella stessa casa della giovinetta e dei suoi genitori e non gli era piaciuto il suo modo di far le spese. Siccome l'economia faceva parte del suo carattere prudente, era scandalizzato da ciò che considerava stravagante nel carattere di lei, e si era messo a comprarle lui stesso i nastri; così, da una parola all'altra, si era visto costretto a sposarla suo malgrado.

L'altra versione può dedursi da una lettera di Lagrange, senza dubbio la più strana confessione d'indifferenza che sia mai stata fatta da un giovane sposo, per definizione innamoratissimo. D'Alembert aveva canzonato il suo amico. « Mi scrivono da Berlino che avete fatto ciò che fra noi filosofi viene chiamato il tuffo fatale.... Un grande matematico deve saper calcolare prima di tutto la propria felicità, e io conto che dopo aver fatto questo calcolo, abbiate trovato il matrimonio come soluzione ». O Lagrange prese il consiglio molto seriamente, oppure volle battere d'Alembert al suo stesso gioco, e vi riuscì. Nelle sue lettere, d'Alembert si meraviglia che Lagrange non gli abbia partecipato il matrimonio e questi gli risponde:

« Non so se ho calcolato bene o male, o meglio, credo di non aver calcolato affatto, perché avrei forse potuto fare come Leibniz che a forza di riflettere non poté mai decidere a sposarsi. In un modo o nell'altro, vi confesso che non ho mai avuto inclinazione per il matrimonio;.... ho creduto di dover impegnare una delle mie parenti che conoscevo da molto tempo a venire a dividere la mia sorte e ad aver cura di me e di tutto ciò che mi riguarda. Ecco la storia esatta del mio matrimonio. Se non ve l'ho partecipato, è stato perché la cosa mi è sembrata così insignificante in sé, da non meritare di parlarvene ».

Tuttavia questa unione si annunziava felice per i due sposi, quando la giovane donna cominciò a deperire per una consunzione. Lagrange l'assisté lui stesso giorno e notte, ed ebbe il cuore spezzato quando la perdette.

Lagrange trovò consolazione nel lavoro: « Le mie occupazioni si limitano a coltivare la matematica tranquillamente e in silenzio ». In seguito, spiegò a d'Alembert il segreto della perfezione di tutte le sue opere, ciò che ha fatto la disperazione dei suoi successori: « Siccome non ho fretta e lavoro più per piacere che per dovere, mi comporto come i grandi signori che costruiscono: faccio, disfaccio e rifaccio parecchie volte, finché non sono discretamente contento del mio lavoro, ciò che tuttavia accade raramente ». E un'altra volta, lagnandosi di una malattia provocata dall'eccesso di lavoro, dichiara che gli è impossibile riposarsi. « Ho una cattiva abitudine, di cui mi è impossibile disfarmi; ed è che rifaccio spesso i miei lavori, anche parecchie volte, finché non ne sono contento ».

Tutti gli sforzi di Lagrange nel corso dei venti anni passati a Berlino non furono rivolti unicamente alla meccanica celeste ed alla limatura del suo capolavoro. Una digressione nel regno di Fermat ha un interesse particolare perché può darci un'idea delle difficoltà inerenti a certe questioni di aritmetica che sembrano semplici. E noi vediamo il grande Lagrange sorpreso lui stesso dello sforzo inatteso che le sue ricerche di aritmetica gli costano.

Il 15 agosto 1768 scrisse a d'Alembert: « Mi sono occupato nei giorni passati, per mettere un po' di varietà nei miei studi, di qualche problema di aritmetica, e vi assicuro che ho incontrato maggiori difficoltà di quel che credessi. Eccone uno, per esempio, di cui non sono venuto a capo che dopo molta fatica. Dato un numero qualunque intero, positivo e non quadrato n, trovare un numero intero e quadrato x^2 tale che $nx^2 + 1$ sia un quadrato. Questo problema è di grande importanza nella teoria dei quadrati (si dice oggi « forme quadratiche ») che sono l'oggetto principale dell'analisi di Diofante.... Del resto ho trovato in quest'occasione dei bellissimi teoremi d'aritmetica che vi esporrò un'altra volta, se lo desiderate ».

Il problema di cui parla Lagrange ha una lunga storia che rimonta ad Archimede e agli Indù. Il lavoro classico di Lagrange sul modo di fare di $nx^2 + 1$ un quadrato, è una pietra miliare nella teoria dei numeri. Lagrange è stato pure il primo a dimostrare alcuni dei teoremi di Fermat, come pure il seguente di John Wilson (1741-1793). Se p è un numero primo e se si fa il prodotto di tutti i numeri interi 1, 2, 3, ecc. ... fino a $p - 1$ e si aggiunge 1 al risultato, la somma è divisibile per p; questo non è vero se p non è primo; per esempio, sia $p = 5$; $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25$. Questa proposizione può essere dimostrata da un ragionamento elementare ed è un'altra prova d'intelligenza superiore in aritmetica (1).

Nella sua risposta, d'Alembert espone l'idea che l'analisi diofantina possa essere utile nel calcolo integrale, ma non entra nei particolari; cosa curiosa, la profezia si realizzò verso il 1870 per opera del matematico russo G. Zolotareff.

Anche Laplace s'interessò all'aritmetica per un po' di tempo; egli disse a Lagrange che l'esistenza dei teoremi non dimostrati da Fermat, pur costituendo una delle più grandi glorie della matematica francese, era al tempo stesso una macchia evidente che i matematici francesi avevano il dovere di fare sparire, ma prevedeva delle terribili difficoltà. Secondo la sua opinione, la causa iniziale dell'ostacolo è che i problemi sul « discreto » (quelli che in fin dei conti trattano dei numeri 1, 2, 3, ,4 ecc....) non potrebbero essere attaccati con un'arma di carattere generale quale è prevista dal calcolo differenziale e integrale per il « continuo ». D'Alembert

(1) Uno Spagnuolo ha dato una ridicola dimostrazione che è tanto comica da dover essere citata qui. L'abbreviazione abituale del prodotto $1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$ è $n!$ Ora, $p - 1 + 1 = p$, che è divisibile per p. Mettiamo da per tutto il punto esclamativo; scriviamo $(p - 1)! + 1! = p!$ La parte destra è ancora divisibile per p. Disgraziatamente l'applicazione può farsi anche se p non è primo.

pure fa osservare, a proposito dell'aritmetica, di averla trovata « più difficile di quel che sembri da principio ». Queste esperienze fatte da matematici come Lagrange ed i suoi amici, permettono di concludere che l'aritmetica è realmente difficile.

Un'altra lettera di Lagrange del 28 febbraio 1769 mette il « fine » alla questione: « Il problema di cui vi ho parlato mi ha occupato più di quel che credevo; ne sono venuto finalmente a capo e credo che non ci sia ormai quasi più nulla da dire sulle equazioni indeterminate di secondo grado a due incognite ». Qui Lagrange si mostra troppo ottimista, perché c'era ancora da sentire Gauss, ma a quell'epoca dovevano ancora passare sette anni prima che il padre e la madre di questi facessero conoscenza. Due anni prima della nascita di Gauss (1777), Lagrange scrisse, pensando a questi lavori con un po' di pessimismo: « Le ricerche in aritmetica sono quelle che mi hanno causato maggiori fastidi e che hanno forse minor valore ».

Quando era in buona salute, Lagrange cadeva raramente nell'errore di sopravalutare « l'importanza » del suo lavoro. Egli scriveva a Laplace nel 1777: « Ho sempre considerato la matematica come un oggetto di divertimento più che di ambizione, e posso assicurarvi che godo più dei lavori degli altri che dei miei, dei quali sono sempre scontento. Vedete dunque che se voi siete esente da gelosia in grazia dei vostri successi, io non lo sono meno di voi in grazia del mio carattere ». Con queste parole rispondeva ad una dichiarazione un po' pomposa di Laplace, il quale diceva di lavorare intorno alla matematica unicamente per soddisfare la sua curiosità del sublime e che non aveva nessuna simpatia per gli applausi delle « moltitudini », ciò che, nel suo caso particolare, era in parte una fanfaronata.

Una lettera di Lagrange a Laplace del 15 settembre 1782 ha un grande interesse storico perché parla del completamento della *Meccanica analitica*: « Ho quasi finito un trattato di meccanica analitica, fondato unicamente sul principio, o formula, che espongo nella prima parte dello studio allegato, ma siccome non so ancora quando e dove potrò farlo stampare, non mi affretto a darci l'ultima mano ».

Legendre intraprese finalmente l'edizione dell'opera per la stampa e un vecchio amico di Lagrange, l'abate Marie, finì col persuadere un editore a rischiare la propria reputazione; quest'uomo prudente consentì ad incaricarsi dell'edizione solo quando l'abate si fu impegnato a comprare lo stock che fosse rimasto invenduto dopo una certa data. Il libro non apparve prima del 1788, dopo che Lagrange ebbe lasciato Berlino. Gliene fu rimesso un esemplare quando era diventato così indifferente alla scienza ed alla matematica che non si dette neanche la pena di aprire il libro. Non gl'importava di sapere se per caso l'editore avesse fatto stampare l'opera in cinese.

Uno studio fatto nel periodo che Lagrange passò a Berlino è della più grande importanza dal punto di vista dello sviluppo dell'algebra moderna; si tratta della memoria del 1767: *Sulla soluzione delle equazioni numeriche*, e sui suoi successivi complementi che trattano la questione generale della possibilità di risolvere algebricamente le equazioni. La grande importanza delle ricerche di Lagrange sulla teoria e sulla soluzione delle equazioni consiste forse nell'ispirazione che detta teoria fornì certamente ai maestri d'algebra del principio del XIX secolo. Vedremo questi uomini venire lentamente a capo di un problema che aveva arrestato gli algebristi per almeno tre secoli, grazie alle idee ispirate loro da Lagrange. Quest'ultimo non ha risolto la difficoltà principale, che consiste nello stabilire le condizioni necessarie e sufficienti perché un'equazione data possa essere risolta algebricamente, ma il suo lavoro conteneva il germe della soluzione.

Siccome il problema, capitale fra quelli dell'algebra, può essere esposto semplicemente, possiamo gettarvi un'occhiata nel toccare l'argomento: d'altronde lo ritroveremo spesso come un « leit-motiv » nel corso dello studio dei grandi matematici del XIX secolo, Cauchy, Abel, Galois, Hermite, e Kronecker fra gli altri.

Notiamo prima di tutto che non c'è nessuna difficoltà a risolvere un'equazione algebrica a coefficienti numerici; senza dubbio, il lavoro può essere considerevole se l'equazione è di grado elevato, per esempio

$$3\,x^{101} - 17.3\,x^{75} + x - 11 = 0,$$

ma esistono molti metodi diretti che permettono di trovare, col grado di approssimazione voluto, una radice di un'equazione numerica di questo genere; alcuni di questi metodi fanno parte dei corsi regolari d'algebra. All'epoca di Lagrange i metodi uniformi per risolvere le equazioni numeriche con un qualunque grado di approssimazione non erano comuni, se pure esistevano; fu Lagrange a trovare un metodo di questa specie, ma soltanto teorico. Oggi, nessun ingegnere che avesse da risolvere un'equazione numerica userebbe il metodo di Lagrange.

Il vero problema sorge quando cerchiamo la soluzione *algebrica* di un'equazione a coefficiente *letterale*, per esempio

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,$$

e così di seguito al di sopra del terzo grado. Ciò che si cerca, è un seguito di formule esprimenti *l'incognita* in funzione delle cognite $a, b, c\ldots$, tali che se una di queste espressioni di x è posta dalla parte sinistra dell'equazione, questo membro sia ridotto a zero. Per un'equazione di grado n, l'incognita x ha esattamente n valori: così, per l'equazione di secondo grado, i due valori che, sostituiti a x, annullano $ax^2 + bx + c$, sono:

$$\frac{1}{2a}(-b + \sqrt{b^2 - 4ac}), \quad \frac{1}{2a}(-b - \sqrt{b^2 - 4ac}).$$

I valori di x cercati devono in tutti i casi essere espressi in funzione di $a, b, c\ldots$, unicamente per mezzo di un numero finito di addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni ed estrazioni di radici.

Questo è il problema. È solubile? La risposta a questa domanda è stata data solo circa venti anni dopo la morte di Lagrange, ma la chiave si trova chiaramente indicata nel suo lavoro.

Come primo scalino conducente ad una teoria generale, Lagrange ha proceduto ad uno studio a fondo di tutte le soluzioni, date dai suoi predecessori, delle equazioni generali dei primi quattro gradi, ed è riuscito a dimostrare che tutti gli strattagemmi ingegnosi in grazia dei quali alcune soluzioni erano già state ottenute avrebbero potuto essere sostituiti da un processo uniforme. In questo metodo generale, un particolare contiene la chiave in questione: sia un'espressione algebrica contenente le lettere $a, b, c\ldots$; quante espressioni *differenti* si possono trarre dall'espressione data se si cambiano fra loro le diverse lettere in tutte le maniere possibili? Per esempio, da $ab + cd$ ricaviamo $ad + cb$ scambiando b e d. Questo problema ne suggerisce un altro, che gli è strettamente connesso e che fa parte anch'esso della chiave cercata da Lagrange. Quali sono le permutazioni di lettere che lasceranno l'espressione data *invariante* (senza cambiamento)? Così, $ab + cd$ diventa $ba + cd$ scambiando a e b, e l'espressione non ha cambiato poiché $ab = ba$. Da qui è nata la *teoria dei gruppi finiti*. Si è trovato che questa era la chiave della possibilità della risoluzione algebrica. Ne riparleremo a proposito di Cauchy e di Galois.

Le ricerche di Lagrange fanno risaltare un altro fatto importante. Per i gradi 2, 3 e 4, l'equazione algebrica generale si risolve per mezzo di un'equazione di *grado inferiore* a quella considerata. Ciò può applicarsi meravigliosamente ed uniformemente alle equazioni del secondo, terzo e quarto grado; ma quando ci si prova ad applicare il procedimento all'equazione generale di quinto grado

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0,$$

l'equazione *risolvente*, invece di essere di un grado inferiore a 5, è del sesto grado; non si è fatto altro che sostituire l'equazione data con un'altra più difficile. *Il metodo valido per i gradi secondo, terzo e quarto non può più essere applicato al quinto grado*, e a meno che non si trovi qualche mezzo per cambiare questo 6 fastidioso, la via è sbarrata. Infatti, vedremo che non c'è mezzo di evitare la difficoltà; tanto varrebbe tentare la quadratura del circolo o la trisezione dell'angolo coi metodi euclidei.

Dopo la morte di Federico il Grande (17 agosto 1786), l'ostilità contro gli stranieri e la crescente indifferenza per la scienza, in Prussia, resero il soggiorno di Berlino poco piacevole per Lagrange e per i suoi compagni stranieri dell'Accademia. Egli cercò allora di lasciarla, e questo gli fù concesso a condizione che continuasse ad inviare le sue memorie per i volumi dell'Accademia durante parecchi anni; Lagrange acconsentì ed accettò con piacere l'invito di Luigi XVI a continuare i suoi lavori a Parigi, come membro dell'Accademia francese. Al suo arrivo a Parigi nel 1787, ricevé una rispettosissima accoglienza da parte della famiglia reale e dell'Accademia; gli fu dato un comodo appartamento al Louvre, dove visse fino alla Rivoluzione; Maria Antonietta lo teneva in grande considerazione; ella aveva diciannove anni circa meno di lui, ma sembrava che lo comprendesse meglio di molti altri e fece tutto il possibile per distrarlo dalla crisi di depressione che traversò.

All'età di cinquantun'anno, Lagrange provò l'impressione di essere un uomo finito; era un caso grave di esaurimento nervoso dovuto ad un soverchio strapazzo intellettuale prolungato. I Parigini lo trovavano amabile e di piacevole conversazione, ma egli non cercava di mettersi in mostra. Parlava poco e sembrava distratto, immerso in una profonda melanconia. Alle riunioni scientifiche da Lavoisier, si metteva abitualmente vicino ad una finestra, guardando fuori e voltando le spalle agli invitati venuti per fargli onore. Diceva lui stesso che il suo entusiasmo si era spento e che aveva perso il gusto della matematica; quando gli si diceva che un certo matematico era immerso in una ricerca importante, rispondeva: « Tanto meglio; l'avevo cominciata, non avrò da finirla ». La *Meccanica analitica* restò sul suo scrittoio per due anni senza che egli l'aprisse.

Questa nausea per tutto ciò che aveva odore di matematica spinse Lagrange verso altre questioni che considerava di vero interesse, come Newton aveva fatto dopo i suoi *Principia*: metafisica, evoluzione del pensiero umano, storia delle religioni, teoria generale delle lingue, medicina, botanica. In questa strana mescolanza, sorprendeva i suoi amici con le sue vaste conoscenze e la penetrazione del suo spirito in materie estranee alla matematica. A quell'epoca, la chimica era sul punto di diventare una scienza, contrariamente all'alchimia che l'aveva preceduta, grazie soprattutto agli sforzi di Lavoisier (1743-1794) che era diventato un amico fedele di Lagrange; in un certo senso che verrà apprezzato da qualunque studioso di chimica, Lagrange dichiarava che Lavoisier aveva reso la chimica « tanto facile quanto l'agebra ».

In quanto alla matematica, Lagrange giudicava che fosse ormai finito il suo tempo o che per lo meno essa si avvicinasse ad un periodo di decadenza; prevedeva che la chimica, la fisica e la scienza in generale, sarebbero stati in avvenire i rami più interessanti, ed arrivava fino a predire che le cattedre di matematica nelle Accademie e nelle Università sarebbero discese al livello poco elevato di quelle di lingua araba. In un certo senso aveva ragione: se Gauss, Abel, Galois, Cauchy ed altri non avessero trasfuso nuovo sangue alla matematica, lo slancio datole da Newton si sarebbe esaurito verso il 1850. Fortunatamente, Lagrange visse abbastanza lungamente per vedere l'inizio della magnifica carriera di Gauss e per comprendere che i suoi prognostici erano mal fondati. Possiamo oggi sorridere del pessimismo di Lagrange pensando che l'era precedente il 1800 fu, all'epoca del suo apogeo, soltanto l'aurora della matematica moderna, e che assistiamo ora al suo mattino, domandandoci con meraviglia che cosa sarà il suo meriggio, se tuttavia ci sarà un meriggio; la profezia di Lagrange deve quindi servirci di lezione per impedirci di fare profezie analoghe.

La Rivoluzione francese trasse Lagrange dalla sua apatia e galvanizzò ancora una volta il suo interesse per la matematica; la data della presa della Bastiglia, il 14 luglio 1789, può servirci di punto di riferimento per questo risveglio.

Quando gli aristocratici e gli scienziati si resero esatto conto degli avvenimenti, insisterono presso Lagrange perché tornasse a Berlino dove sarebbe stato accolto a braccia aperte; il governo non avrebbe fatto nessuna opposizione alla sua partenza. Ma egli rifiutò di lasciare Parigi, dicendo che preferiva assistere all' « esperimento fino in fondo ». Né lui né i suoi amici prevedevano il Terrore, e quando arrivò, Lagrange rimpianse amaramente di essere rimasto, mentre sarebbe potuto scappare. Non che temesse per la vita; nella sua qualità di scienziato mezzo straniero, era al riparo, e inoltre non annetteva grande importanza all'esistenza, ma le rivoltanti crudeltà a cui doveva assistere gli ripugnavano e non fecero che distruggere completamente la poca fiducia che gli restava nel genere umano. « L'hai voluto », ripeteva, e, davanti allo spettacolo orribile delle atrocità che si ripetevano l'una dopo l'altra, pensava allo sbaglio commesso volendo assistere agli inevitabili orrori di una rivoluzione.

I piani grandiosi dei rivoluzionari per rigenerare l'umanità e riformare la natura umana lo lasciavano freddo. Quando Lavoisier fu ghigliottinato (ciò che avrebbe senza dubbio meritato, se questo fosse stato semplicemente una questione di giustizia sociale), Lagrange espresse la sua indignazione riguardo alla stupidità di tale esecuzione: « Non ci è voluto più di un attimo per far cadere la sua testa, quando un centinaio d'anni non basterebbero per crearne una uguale! ». Ma i cittadini oltraggiati ed oppressi avevano dichiarato al generale Lavoisier che « il popolo non aveva bisogno di scienza », quando il magnifico contributo apportato dal grande chimico alla scienza era stato invocato come una ragione di puro buon senso perché la sua testa rimanesse sulle sue spalle.

Benché, praticamente, tutta la vita attiva di Lagrange si fosse svolta sotto la protezione dei sovrani, le sue simpatie non andavano ai realisti e neppure ai rivoluzionari; egli si teneva decisamente e senza equivoco sulla base media di civiltà che i due partiti avevano implacabilmente devastata; simpatizzava volentieri col popolo che era stato oppresso oltre i limiti della resistenza umana e gli augurava il successo nella lotta ingaggiata per ottenere delle condizioni di vita sopportabili, ma il suo spirito era troppo realista per essere impressionato dai piani chimerici dei condottieri del popolo in favore dei poveri; egli si rifiutava di credere che la realizzazione di simili piani fosse la indubbia prova della grandezza dello spirito umano, come proclamavano i ghigliottinatori. Lagrange dichiarava: « Se volete vedere uno spirito umano veramente grande, entrate nel gabinetto di Newton quando scompone la luce o svela il sistema del mondo ».

Il Governo rivoluzionario lo trattò con grande tolleranza: un decreto speciale gli assicurò il suo stipendio e quando l'inflazione e la carta moneta lo ridussero a niente, il Comitato delle Invenzioni fu invitato ad aumentare i suoi emolumenti, come pure il Comitato della Zecca. Quando fu creata la Scuola Normale, nel 1795 (la sua esistenza doveva essere effimera), Lagrange vi fu nominato professore di matematica. Dopo la chiusura della Normale, fu fondata la grande Scuola Politecnica, nel 1797, e Lagrange organizzò il corso di matematica e ne fu il primo professore; fino a quel momento egli non aveva mai insegnato a dei giovani poco preparati; adattandosi a questa materia quasi vergine, Lagrange condusse i suoi allievi, attraverso l'aritmetica e l'algebra, fino all'analisi, piuttosto con l'aria dello scolaro che del professore. Il più grande matematico dell'epoca divenne un grande professore, e preparò la giovane e focosa covata degl'ingegneri militari di Napoleone a rappresentare la loro parte nella conquista dell'Europa. Quest'esempio faceva crollare la vecchia superstizione che uno scienziato è incapace d'insegnare. Sorpassando di gran lunga gli elementi, Lagrange spiegava davanti agli occhi dei suoi allievi la nuova matematica e poco dopo partecipavano essi stessi ai suoi progressi.

Due studi di questa natura dovevano esercitare una grande influenza sull'analisi, nel corso dei primi venti anni del XIX secolo. Gli allievi di Lagrange trovavano un po' di difficoltà ad afferrare i concetti dell'infinitamente piccolo e dell'infinitamente grande di cui era imbevuta la forma tradizionale del calcolo differenziale e integrale; per eliminare queste difficoltà, Lagrange cominciò ad esporre il calcolo senza usare gli «infinitesimali» di Leibniz né il concetto particolare di limite suggerito da Newton. Questa teoria fu pubblicata in due opere: la *Teoria delle funzioni analitiche* (1797) e le *Lezioni sul calcolo delle funzioni* (1801); l'importanza di questi lavori non risiede nella loro essenza matematica, ma nell'impulso che dettero a Cauchy e ad altri per costruire un calcolo differenziale e integrale sodisfacenti. In questa materia, Lagrange fallì completamente, ma nel dir questo non dobbiamo dimenticare che anche ai nostri giorni le difficoltà contro le quali urtò Lagrange non sono completamente scomparse; l'esperimento di Lagrange fu certo notevole e, per i tempi, sodisfacente; se i risultati dureranno quanto il suo, vorrà dire che avremo lavorato bene.

Il lavoro più importante di Lagrange nel periodo della Rivoluzione fu il suo largo contributo al perfezionamento dei pesi e delle misure; grazie ai suoi sarcasmi e al suo buon senso, non è stato adottato il 12 come base del sistema metrico invece del 10. I «vantaggi» del 12 sono evidenti e il sistema duodecimale continua ai nostri giorni ad essere sostenuto, in alcuni straordinari trattati, dai suoi gravi partigiani che sfuggono per un capello alla fraternità della quadratura del circolo. Il sovrapporre la base 12 alla base 10 del nostro sistema sarebbe come far entrare un cavicchio esagonale in un buco pentagonale. Allo scopo di far sentire agli esitanti l'assurdità della base 12, Lagrange propose 11 come migliore, poiché *qualunque numero primo* avrebbe avuto il vantaggio di dare a tutte le frazioni, con questo sistema, lo stesso denominatore. In realtà gli inconvenienti sono numerosi ed abbastanza evidenti per chiunque capisca che cos'è la divisione esatta (senza resto). La Commissione comprese l'ironia ed optò per il 10.

Laplace e Lavoisier facevano parte della Commissione quale fu costituita all'inizio, ma al termine del terzo mese questa fu epurata. Lagrange restò presidente. « Non so perché mi tengano », osservò, non accorgendosi, secondo la sua consueta modestia, che il dono del silenzio gli aveva salvato, non solo il seggio, ma anche la testa.

Malgrado tutto il suo interessante lavoro, Lagrange viveva solitario, incline alla disperazione. Fu salvato da questo crepuscolo fra la vita e la morte all'età di cinquantasei anni da una giovinetta che aveva qualche cosa come quarant'anni meno di lui, la figlia del suo amico e astronomo Lemonnier; ella fu commossa dalla sventura di Lagrange ed insisté per sposarlo. Lagrange consentì e, contrariamente a tutte le leggi che regolano le relazioni fra un uomo anziano e una giovinetta, questo matrimonio fu idealmente felice. La giovine donna si mostrò non soltanto devota, ma capace di consolare il marito; ella consacrò la sua vita a strapparlo dalla sua malinconia e a rianimare in lui il desiderio della vita. Da parte sua, Lagrange le fece con piacere molte concessioni; accompagnava la moglie al ballo, dove non avrebbe mai pensato di andare da solo, e finì per trovare la vita insopportabile lontano da lei, tanto che durante le brevi assenze della sposa era veramente infelice.

Ma anche in mezzo a questa nuova felicità, Lagrange conservava il suo curioso atteggiamento di distacco dalla vita e si mostrava perfettamente sincero riguardo ai suoi desideri. « Non ho avuto figli dal mio primo matrimonio », diceva. « Non so se ne avrò dal secondo, e non ne desidero ». Di tutti i suoi successi, quello che apprezzava di più era di aver trovato una compagna così tenera e devota.

I Francesi gli prodigarono grandi onori. L'uomo che era stato uno dei favoriti di Maria Antonietta era diventato l'idolo del popolo che aveva mandato a morte la regina. Nel 1796, quando la Francia si fu annesso il Piemonte, Talleyrand ricevé l'ordine di provvedere i mezzi di sussistenza al padre di Lagrange, che viveva ancora a Torino, e di dirgli: « Vostro figlio, che il Piemonte è fiero di aver visto nascere e la Francia di possedere, ha onorato col suo genio tutta l'umanità ». Quando Napoleone, fra due campagne, si occupava degli affari civili, si tratteneva spesso con Lagrange su questioni di filosofia e sulla parte rappresentata dalla matematica nello Stato moderno, ed aveva il più profondo rispetto per l'uomo dalla parola gentile, che rifletteva sempre prima di parlare e non era mai dogmatico.

Sotto la sua pacifica riserva, Lagrange nascondeva uno spirito ironico che, all'occasione, scaturiva inaspettatamente; questa ironia era qualche volta così fine che uomini meno sottili di lui, Laplace per esempio, non afferravano la freccia che veniva loro scoccata. Un giorno, difendendo l'esperienza e l'osservazione contro la distrazione e l'imprecisione di certi teorici, Lagrange osservò: « Questi astronomi sono curiosi, non vogliono credere ad una teoria quando essa non si accorda con le loro osservazioni ». Vedendolo profondamente assorto ad un concerto, un tale gli domandò perché amava la musica :« L'amo perché mi isola », rispose. « Ascolto le tre prime battute; alla quarta non sento più nulla e mi abbandono alle mie riflessioni; nulla m'interrompe, ed è così che ho risolto più di un problema difficile ». Anche il suo sincero rispetto per Newton aveva una leggera tinta della stessa dolce ironia: « Newton », dichiarava, « è stato certamente l'uomo di genio per eccellenza, ma dobbiamo riconoscere che è stato anche il più fortunato ». — « Che fortuna ha avuto Newton! una volta sola càpita di dovere stabilire un sistema del mondo! ».

L'ultimo sforzo scientifico di Lagrange fu la revisione della *Meccanica analitica* per farne una seconda edizione più ampia. Fu animato allora da tutto l'antico vigore, benché avesse più di settanta anni. Riprendendo le antiche abitudini, lavorava senza tregua, ma si accorgeva che il corpo non obbediva a lungo al cervello. Cominciò ad avere degli svenimenti, specialmente alzandosi dal letto la mattina; un giorno, sua moglie lo trovò disteso sul pavimento, senza conoscenza; nella caduta, la testa aveva urtato violentemente contro l'angolo di una tavola. Dopo quest'accidente, moderò il suo ardore nel lavoro, ma senza abbandonare gli studi. La sua malattia, di cui non ignorava la gravità, non turbava la sua serenità; per tutta la vita, Lagrange visse come un filosofo desidererebbe vivere, indifferente alla propria sorte.

Due giorni prima del decesso di Lagrange, Monge ed altri amici, sapendo che era morente e desiderava parlar loro della sua vita, andarono a visitarlo. Lo trovarono momentaneamente migliorato, a parte la debolezza di memoria che gli faceva dimenticare ciò che voleva dire. « Ieri sono stato molto male, amici miei » disse infine. « Mi sentivo morire; il mio corpo s'indeboliva a poco a poco; le mie facoltà morali e fisiche si spengevano insensibilmente; osservavo con piacere il graduale progresso nella diminuzione delle mie forze e giungevo alla fine senza dolore, senza rimpianto, lungo una dolce china. Oh! la morte non è da temere, e quando viene senza dolore, è un'ultima funzione che non è né penosa né spiacevole ».

Pensava che la sede della vita è in tutti gli organi, nell'insieme della macchina umana e, nel suo caso, tutte le parti di quest'insieme s'indebolivano ugualmente.

« Fra qualche momento non ci saranno più funzioni in nessuna parte, la morte sarà per tutto; la morte non è che il riposo assoluto del corpo ».

« Voglio morire; sì, voglio morire e ne sono contento, ma mia moglie non vuole; avrei preferito in questo momento una donna meno buona, meno sollecita a rianimarmi e che mi avesse lasciato spengere dolcemente. Ho finito la mia carriera, ho acquistato una certa celebrità in matematica, non ho odiato nessuno, non ho fatto nessun male e bisogna bene che me ne vada; ma mia moglie non vuole ».

Tuttavia il suo desiderio fu soddisfatto presto. Uno svenimento dal quale non si riebbe lo prese poco tempo dopo che i suoi amici lo avevano lasciato. Morì all'alba del 10 aprile 1813, nel suo settantaseesimo anno di età.