

## II MEDIA - A.S. 1978-79

### HENRI POINCARÉ: CHE COS'È LA GEOMETRIA

La ricerca della verità deve essere il fine della nostra attività: è il solo fine che sia degno di essa. Senza dubbio noi dobbiamo in primo luogo sforzarci di alleviare le sofferenze umane, ma perché? Non soffrire è un ideale negativo, che sarebbe sicuramente raggiunto con l'annientamento del mondo. Se noi vogliamo liberare sempre più l'uomo dalle cure materiali, è perché egli possa impiegare la sua riconquistata libertà allo studio e alla contemplazione della verità.

Con queste bellissime parole Henri Poincaré (Nancy 1854 - Parigi 1912) iniziò l'introduzione del suo La valeur de la science. Considerato come uno dei più geniali scienziati nel campo della meccanica, della fisica, dell'astronomia e della matematica, fu però soprattutto uno studioso delle implicazioni filosofiche della Scienza, ed in particolare della Geometria, collocandosi in un posto di primo piano nella ricerca epistemologica del XIX-XX s.



Per comprendere la forza dell'innovazione del pensiero di Poincaré è necessario ricordare il particolare stadio degli studi scientifici alla sua epoca; infatti, nella prima

metà del XIX s. , con le ricerche di Bolyai e Lobacevskij, partendo dalla critica del 5<sup>o</sup> postulato di Euclide erano state gettate le basi delle geometrie non-euclidee. La perplessità di tutti gli scienziati fu grande: da moltissimo tempo (precisamente dal III s. a.C. ) nessuno aveva mai seriamente posto in dubbio l'assolutezza e l'unicità della geometria euclidea; in realtà l'anzidetto postulato aveva già destato qualche dubbio, e, dato il suo aspetto di teorema, si era cercato di dimostrarlo, partendo dagli altri quattro; ma tutti i tentativi (mai riusciti) peccavano dello stesso errore filosofico di volerlo considerare a priori vero, senza tuttavia domandarsi se avesse senso tale questione.

Ma solo intorno al 1830 si dimostrò praticamente la possibilità di elaborare geometrie "non-euclidee". Il 5<sup>o</sup> postulato afferma infatti che per un punto si può condurre una e una sola parallela ad una retta data, ma la geometria di Riemann (detta "ellittica") e quella di Lobacevskij (detta "iperbolica"), non prendono in considerazione il 5<sup>o</sup> postulato ed arrivano, mediante definizioni e costruzioni non contraddittorie, a risultati diversi dalla geometria euclidea; ad esempio, la somma degli angoli interni di un triangolo non è un angolo piatto: è maggiore nell'"ellittica", minore nell'"iperbolica".

E' chiaro come queste nuove costruzioni logiche abbiano fatto nascere non pochi interrogativi sul valore, sugli scopi e sulla presunta apriorità della geometria.

Tra l'altro, poiché queste nuove geometrie, logicamente ineccepibili, sono contrastanti fra loro, quale di esse è quella vera? Henri Poincaré fu il primo a dare una interpretazione nuova e globale della scienza e della geometria in particolare, studiata con grande rigore e acutezza filosofica.

La questione centrale da lui affrontata è questa: che cosa vi è nella Geometria di opinabile e che cosa no? All'interno di essa il procedimento logico è assoluto e universale; esso tuttavia non può essere considerato deduttivo, perché allora tutta la Geometria non si risolverebbe che in una immensa tautologia, ossia in un giro di parole per dire che A è uguale ad A; né tanto meno potrebbe essere considerato induttivo, perché altrimenti essa sarebbe suscettibile di continua revisione, e non possiederebbe il rigore che invece la contraddistingue. Come si può allora definire il procedimento logico? Esso è "costruttivo", perché, pur basandosi su criteri necessari ed universali, aggiunge sempre qualcosa di nuovo. Solo in questo modo si può liberamente esprimere la potenza creatrice dello spirito.

Ma certamente, per elaborare qualsiasi scienza, non è sufficiente conoscere il procedimento da seguire: è infatti necessario partire da alcune premesse, in linguaggio tecnico "postulati". E' per Poincaré di particolare importanza, a causa della situazione sopra accennata, esaminare proprio il ruolo dei postulati geometrici; essi in realtà vanno semplicemente considerati "ipotesi", o "definizioni", o addirittura "convenzioni mascherate". Il loro valore è quindi puramente convenzionale, perché vengono stabiliti unicamente per formare una ipotesi di lavoro, che sarà resa feconda dal procedimento logico.

E' quindi assurda la questione della "verità" di questa o quella geometria, non esistono geometrie più o meno vere, tanto quanto non esistono sistemi di misura "veri", sistemi di numerazione "veri", alfabeti "veri". Esistono solo geometrie più o meno comode per interpretare l'esperienza in un sistema logico e coerente (sempreché, beninteso, sia stato rispettato l'universale procedimento).

Nessun fatto fisico manifesta infatti alcuna "preferenza" per essere inquadrato in questo o in quel sistema geometrico; perché lo spazio, né più né meno del piano, della retta o del punto, è una costruzione concettuale e non empirica. Ad esempio, l'area di un triangolo è calcolabile, a seconda di come si consideri la sua struttura spaziale, secondo il sistema di Euclide, o quello di Lobacevskij, o quello di Riemann; ma per gli usi comuni e pratici la geometria euclidea è di gran lunga la più semplice; al contrario, in Astronomia spesso risulta molto più comodo e semplice inquadrare lo spazio in una struttura non-euclidea.

L'opera di idealizzazione dell'esperienza esplicitata dalla Geometria non si può perciò avvalere di una serie arbitraria di convenzioni. Esse dovranno invece sempre essere adatte alle nostre necessità e dovranno corrispondere alle nostre esperienze: la Geometria non è empirica, ma trova la ragione di essere nella realtà. Ecco, quindi, il fondamentale ufficio svolto nella Scienza dall'ipotesi, la cui precisa individuazione ha potuto far nascere uno dei campi più fecondi della scienza moderna.

In conclusione, qual' è il valore della Geometria, della Matematica, della Scienza? Il loro fine è puramente pragmatico? Vediamo cosa conclude uno scienziato come Poincaré, dopo aver riflettuto sulla ricerca della verità (op. cit., cap. XI):

Non è che in virtù della scienza e dell'arte che hanno valore le civiltà. Ci si è meravigliati della formula: la scienza per la scienza; ma val più dell'altra: la vita per la vita, se la vita non è che miseria. (...) Tutto ciò che non è pensiero è puro nulla. (...) E tuttavia - strana contraddizione per quelli che credono al tempo - la storia geologica ci

mostra che la vita non è che un breve episodio tra due eternità di morte, e che, in questo stesso episodio, il pensiero cosciente non è durato e non durerà che un momento. Il pensiero non è che un lampo in mezzo ad una lunga notte. Questo lampo, però, è tutto.

OPERE CONSULTATE:

H. Poincarè, Il valore della scienza e La scienza e l'ipotesi, La Nuova Italia —

Lobacevskij, Nuovi principi della geometria, Einaudi —

F. Albèrgamo, Storia della logica delle scienze esatte, Laterza.